



UNICEUB – CENTRO UNIVERSITÁRIO DE BRASÍLIA
FAET – FACULDADE DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
CURSO DE ENGENHARIA DE COMPUTAÇÃO

Equalizador Automático de Áudio

JÔNATAS DE OLIVEIRA FILGUEIRA

Brasília
2006

JÔNATAS DE OLIVEIRA FILGUEIRA

Equalizador Automático de Áudio

Orientador: Prof. M.C. Claudio Penedo de Albuquerque.

Monografia apresentada ao Centro Universitário de Brasília, para obtenção do título de Bacharel em Engenharia da Computação.

Brasília-DF
Julho de 2006.

AOS MEUS PAIS, EIZAMI E CONCEIÇÃO.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus em primeiro lugar por me permitir chegar até aqui. A Ele toda honra seja dada.

A meus pais, Eizami e Conceição, por terem acreditado em mim e me dado condições de ter chegado aonde cheguei. Agradeço pelos carinhos e palavras de consolo e esperança que, a cada dia tem me fortalecido. Agradeço também pela certeza de que aconteça o que acontecer, eles sempre estarão ao meu lado me animando e me abençoando.

Agradeço ao meu professor orientador Claudio Penedo de Albuquerque por ter acreditado em meu trabalho e em minha capacidade. Mas não só por acreditar, mas por ter me acompanhado neste momento tão delicado, mas que se destrinchou na conquista de mais uma etapa importante de minha vida.

Agradeço aos meus irmãos por acreditarem em mim, mesmo em momentos de desavenças, nunca deixaram de acreditar em mim.

Agradeço a todos meu colegas de faculdade, pelo apoio e incentivos em vários momentos de dúvidas. O curso demorou, foi difícil, mas valeu a pena.

E finalizando, agradeço a todos os professores, colegas e amigos, que de uma forma ou de outra, me ajudaram a conquistar mais essa vitória.

RESUMO

É comum encontrarmos em sistemas sonoros algumas distorções. O Equalizador tem a finalidade de compensar os efeitos causados pelo sistema sonoro (caixas e equipamentos de som), bem como compensar o efeito da acústica do ambiente. Propõe-se neste trabalho um equalizador baseado num algoritmo de filtragem adaptativa denominado LMS.

Os fundamentos do som (onda mecânica) e sua percepção pelo ouvido humano também são abordados neste trabalho. Além desta abordagem física relacionada aos sinais mecânicos, será realizado um estudo sobre análise e processamento de sinais que terá o foco em sistemas adaptativos, conceito fundamental na implementação deste projeto.

E para finalizar, através da simulação em MATLAB, serão feitas análises dos resultados obtidos com os resultados esperados de forma a concluir a eficácia do projeto desenvolvido.

Palavras-chave: Processamento de sinais, equalização, filtros adaptativos, algoritmo LMS, sinais digitais.

ABSTRACT

It is common to find sound systems with some distortions. The Equalizer has the purpose of compensate the effects caused by the sound systems (speakers and sound equipments), as to compensate the acoustic effect on the environment. This project proposes an equalizer based on an algorithm of adaptive filtering denominated LMS.

The beddings of the sound (mechanical wave) and its perception by the human ear are also approached in this project. Beyond this physical boarding related to the mechanical signs, it will be carried out a study about analysis and processing of signals that will focus on adaptive systems, a fundamental concept in the implementation of this project.

And to conclude, through the simulation in MATLAB, it will be made analyses of the obtained results with the waited results in way to conclude the effectiveness of the developed project.

Key Words: Signal processing, equalization, adaptive filters, LMS algorithm, digital signal.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	VIII
LISTA DE TABELAS	IX
LISTA DE SÍMBOLOS.....	X
LISTA DE SIGLAS	XI
CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO	1
1.1. AMBIENTE DE DESENVOLVIMENTO	2
1.2. ESTRUTURA DO TRABALHO	3
CAPÍTULO 2 - SOM.....	5
2.1. FREQUÊNCIA.....	7
2.2. INTENSIDADE.....	8
2.3. TIMBRE	10
2.4. SINAIS PARA ANÁLISES	11
2.4.1. <i>Densidade Espectral de Potência</i>	12
2.4.2. <i>Ruídos</i>	14
2.5. PSICOACÚSTICA	17
2.5.1. <i>Lei de Weber-Fechner</i>	18
2.5.2. <i>Audibilidade (Loudness)</i>	19
2.6. EFEITOS SONOROS CAUSADOS PELA ACÚSTICA	21
2.7. EQUIPAMENTOS PARA TRATAMENTO DE SINAIS POR EQUALIZAÇÃO	22
CAPÍTULO 3 – ANÁLISE E PROCESSAMENTO DE SINAIS	25
3.1. SISTEMA LINEAR INVARIANTE NO TEMPO	28
3.1.1. <i>Linearidade</i>	28
3.1.2. <i>Invariância no Tempo</i>	29
3.2. SINAIS DIGITAIS.....	30
3.3. ANÁLISE DE SINAIS	33
3.3.1. <i>Transformada de Fourier no Tempo Discreto</i>	34
3.3.2. <i>Transformada Z</i>	35
3.4. PROCESSAMENTO DE SINAIS	38
3.4.1. <i>Filtros Digitais</i>	39
3.4.2. <i>Equalizador</i>	43
3.5. SISTEMAS ADAPTATIVOS.....	45
3.5.1. <i>Filtros Adaptativos</i>	47
3.5.2. <i>Algoritmo LMS</i>	50
CAPÍTULO 4 – IMPLEMENTAÇÃO.....	56
4.1. ESCOLHA DO ALGORITMO LMS	56
4.2. LMS NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA	58
4.2.1. <i>Implementação do Algoritmo</i>	61
4.2.2. <i>Implementação em MATLAB</i>	63
CAPÍTULO 5 - CONCLUSÃO	71
BIBLIOGRAFIA	73
APÊNDICE	74

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 - Resposta em frequência de um sistema.....	2
Figura 2.1 - Efeito de batimentos.	6
Figura 2.2 - Efeito Doppler.	7
Figura 2.3 - Faixa Audível.	7
Figura 2.4 - Frequência fundamental e seus harmônicos.....	10
Figura 2.5 - Envelopes sonoros: 1 - Tabla, 2 – Trompa e 3 – flauta.	11
Figura 2.6 - Ruído do tipo contínuo.	14
Figura 2.7 - Ruído do tipo flutuante.	15
Figura 2.8 - Ruído do tipo impacto.	15
Figura 2.9 - Os limiares e o campo de audibilidade.	20
Figura 2.10 - Curvas de audibilidade (loudness).	21
Figura 2.11 - Equalizador paramétrico.	23
Figura 2.12 - Equalizador gráfico.	23
Figura 3.1 - Diagrama de blocos para o operador H para (a) tempo contínuo e (b) tempo discreto.	27
Figura 3.2 - a) Sinal senoidal analógico (2Hz). b) amostragem (200 pontos por segundo). c) quantização (16 níveis ou 4 bits).	32
Figura 3.3 - Amostragem, Quantização e Codificação.	33
Figura 3.4 - Representação gráfica da parte real da exponencial complexa z^n (co-seno) e da parte imaginária da exponencial complexa z^n (seno).	36
Figura 3.5 – O círculo unitário, $z = e^{j\Omega}$, no plano z	38
Figura 3.6 - Sistema para filtrar um sinal de tempo contínuo, construído em torno de um filtro digital.	40
Figura 3.7 - Conexão em cascata de um canal dispersivo (LIT) e um equalizador para transmissão sem distorções.	44
Figura 3.8 - Filtro adaptativo usado na identificação de um sistema.	48
Figura 3.9 - Filtro adaptativa usado na modelização inversa.	49
Figura 3.10 - Filtro adaptativo aplicado à predição. A saída 1 corresponde à predição do valor de entrada; A saída 2 refere-se ao erro de predição.	49
Figura 3.11 - Filtro adaptativo utilizado no cancelamento de interferências.	50
Figura 4.1- Modelo da filtragem adaptativa usada no algoritmo proposto	59
Figura 4.2 – Esquema de excitação por ruído branco.....	61
Figura 4.3 - Cálculo de novos parâmetros de equalização.....	62
Figura 4.4 - Níveis de distorção do sistema sonoro.....	64
Figura 4.5 – Ruído Branco no domínio da frequência.....	65
Figura 4.6 - Ruído Branco distorcido pelo Sistema Sonoro no domínio da frequência.	66
Figura 4.7 - Sinal de correção $H_{dB}(k)$ da distorção $F_{dB}(k) + G$	67
Figura 4.8 - Sinal de Áudio Distorcido e Equalizado no domínio da frequência.....	68
Figura 4.9 - Distorções aplicada ao sinal.	69
Figura 4.10 – Resposta plana em frequência gerada pelas distorções mais equalizações.	69
Figura 4.11 – Sinal original, distorcido e equalizado no domínio do tempo.	70

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 - Três bandas de frequência básicas.....	8
Tabela 2.2 - Características dos sinais empregados nas medidas de sistemas.	17
Tabela 4.1 - Complexidade numérica dos principais algoritmos de adaptação. Refere-se a uma estrutura FIR de ordem N e inclui o processamento do filtro.	57

LISTA DE SÍMBOLOS

I : Intensidade Sonora.

ρ : Densidade do ar.

$p_{m\acute{a}x}$: Amplitude da press\~ao.

v : Velocidade do som.

(\cdot): Representa\~ao uma vari\~avel independente de valor cont\~inuo.

[\cdot]: Representa\~ao uma vari\~avel independente de valor discreto.

$*$: Operador linear de convolu\~ao.

$\delta(t)$: Fun\~cao impulso.

\mathfrak{F} : Transformada de Fourier.

ω : Freq\~u\~encia angular para sinais de tempo cont\~inuo em radianos/segundo.

Ω : Freq\~u\~encia angular para sinais de tempo discreto em radianos.

$X(j\omega)$: Transformada de Fourier de $x(t)$.

$X(e^{j\Omega})$: Transformada de Fourier de tempo discreto de $x[n]$.

$X(z)$: Transformada z de $x[n]$.

$H\{ \cdot \}$: Representa\~ao de um sistema como um operador H .

Σ : Somat\~orio.

$e[n]$: Sinal de erro.

$d[n]$: Sinal desejado, denominado sinal de treinamento.

∇ : Gradiente.

\hat{h} : valor instant\~aneo.

μ : Valor de passo para algoritmo LMS.

LISTA DE SIGLAS

A/D: Analógico para digital (conversor).

D/A: Digital para analógico (conversor).

SPL: Sound Pressure Level (Nível de Pressão Sonora).

SIL: Sound Intensity Level (Nível de Intensidade Sonora).

Hz: Hertz, número de ciclos por segundo.

dB: Decibel.

DFT: Transformada discreta de Fourier.

DTFT: Transformada de Fourier no tempo discreto.

DTFS: Série de Fourier no tempo discreto.

FT: Transformada de Fourier.

FS: Série de Fourier.

FFT: Transformada rápida de Fourier.

IIR: Filtro de resposta ao impulso infinita.

FIR: Filtro de resposta ao impulso finita.

ADSP: Processamento adaptativo de sinais digitais.

FDAF: Filtro adaptativo no domínio da frequência.

LMS: Mínima media quadrática.

MSE: Mean Square Error (Erro médio quadrático).

DSP: Processador Digital de Sinais.

SNR: Signal-to-noise (relação sinal-ruído).

LIT: Linear Invariante no Tempo.

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO

Atualmente, é comum encontrarmos em igrejas, salões ou auditórios problemas na qualidade da audibilidade do som. Os motivos que podem levar a essa defasagem de qualidade do áudio podem ser vários. Um motivo, que é também bastante comum junto às condições acústicas do ambiente é a distorção causada por equipamentos que pode começar nos microfones e terminar nas caixas de som. Mas também existe um outro equipamento que, se não for manuseado corretamente, pode acarretar em distorções audíveis ao sistema sonoro. Este equipamento é chamado de equalizador.

Muitas vezes, os problemas encontrados na qualidade do áudio poderiam ser minimizados, bastando simplesmente equalizar o sistema sonoro de uma maneira correta. Infelizmente, por falta de conhecimento ou experiência, ou mesmo problemas auditivos, o operador de áudio (sonoplasta) não consegue ajustar de maneira adequada, a equalização do som. Isto ocasiona a falta inteligibilidade da mensagem que está sendo transmitida, dificultando assim sua compreensão.

O processo de equalização consiste em tratar o áudio de modo a proporcionar um som agradável a quem o escuta.

Este trabalho propõe uma equalização automática do sinal de áudio de forma a compensar o conjunto de efeitos distorcivos (ambiente, microfone e caixa de som). A Figura 1.1 ilustra, respectivamente, a resposta em frequência do conjunto de efeitos distorcivos sem efeito e com efeito de equalização.

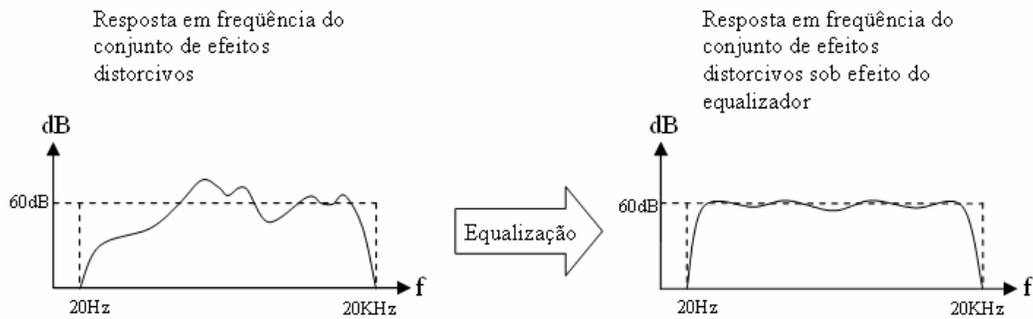


Figura 1.1 - Resposta em frequência de um sistema.

Através de um ruído (empregado como sinal de treinamento), o sistema deste trabalho irá analisar a resposta em frequência do conteúdo de efeitos distorcivos, e aplicar uma equalização adaptativa, onde o sistema irá corrigir a resposta em frequência do mesmo, de modo que o resultado final se torne uma resposta plana.

De uma maneira geral, este trabalho acadêmico abordará a equalização automática de áudio com a finalidade de auxiliar o operador de som, utilizando a análise e processamento do sinal de áudio para aplicar a equalização plana dos sinais. O estudo de sistemas adaptativos tem uma grande importância neste trabalho. Os sistemas adaptativos, além da equalização, podem ser empregados em outras áreas da engenharia.

1.1. AMBIENTE DE DESENVOLVIMENTO

Para simulação deste projeto foi utilizado o MATLAB 6.5.1. O MATLAB é uma ambiente de programação matemática que oferece um vasto conjunto de recursos para a resolução de problemas nas áreas de engenharia, ciências, computação e matemática. Devido à vasta utilização do MATLAB como ferramenta de estudo e o seu grande poder como ferramenta matemática, incluindo a área de processamento de sinais, sua escolha é de grande importância para este trabalho.

1.2. ESTRUTURA DO TRABALHO

Este trabalho está dividido em cinco capítulos para um melhor entendimento. A seguir, é feita uma síntese dos capítulos que serão abordados neste trabalho.

No primeiro capítulo é dada a introdução deste trabalho, apresentando a motivação, o ambiente de desenvolvimento e a estrutura do mesmo.

O capítulo 2 foi criado para entendermos o fundamento do som, assim como suas características como frequência, intensidade e timbre. Será descrito neste capítulo o conceito de sinais de teste, dando ênfase aos ruídos. Será também descrito o estudo da psicoacústica com respeito à sensibilidade do ouvido humano. E para terminar o capítulo, serão abordados os efeitos sonoros causados pela acústica.

No capítulo 3 será feita uma introdução à análise e processamento de sinais, abordando os conceitos de Sistemas Lineares Invariante no Tempo. Serão comparadas a vantagem e a desvantagem do sinal digital em relação ao sinal analógico. E serão descritos as principais ferramentas de análise de sinais digitais e os conceitos utilizados no processamento dos mesmos. Para finalizar este capítulo, serão detalhados os conceitos de sistemas adaptativos e suas aplicações práticas em filtros adaptativos. Será também descrito o algoritmo LMS no domínio do tempo e no domínio da frequência.

Concluindo os capítulos que envolvem a teoria do equalizador automático de áudio, o capítulo 4 irá abordar a aplicação desta teoria. Neste capítulo serão explicados os motivos das escolhas de métodos e seus componentes. Serão expostos também os resultados da implementação.

No capítulo 5 é feita uma conclusão ressaltando todos os pontos importantes no trabalho e algumas sugestões de trabalhos futuros.

CAPÍTULO 2 - SOM

O som é uma onda longitudinal que se propaga em um meio, podendo ser gás, líquido ou sólido. O enfoque deste projeto é a propagação do som no ar. As ondas longitudinais são geradas por uma perturbação, num meio elástico, ocasionada pela modificação em suas condições físicas (por exemplo, um movimento, um impulso, uma vibração) e que geralmente, se propagam em todas as direções a partir da fonte.

Na sua forma mais simples, as ondas sonoras são ondas senoidais que são geradas, no ar, quando uma fonte de vibração provoca a oscilação, com movimento harmônico simples, das moléculas na suas vizinhanças em torno das respectivas posições de equilíbrio. Essas moléculas colidem com suas vizinhas e provocam oscilações análogas, tornando a pressão da onda diferente da pressão atmosférica normal.

Qualquer fenômeno capaz de causar ondas de pressão no ar é considerado uma fonte sonora. Pode ser um corpo sólido em vibração, uma explosão, um vazamento de gás a alta pressão, etc.

Basicamente, todo som se caracteriza por três variáveis físicas: frequência, intensidade e timbre. Dentre estas, as mais importantes para a equalização são frequência e intensidade. Essas três variáveis físicas nos proporciona várias sensações audíveis como o grave e agudo, a distinção entre sons e fenômenos como *mascamamento*, *batimentos* e, quando uma fonte sonora ou um ouvinte se move no ar, o *efeito Doppler*.

O efeito de mascaramento ocorre quando uma fonte sonora A projeta um som com um ganho maior que uma fonte sonora B. Desta forma, será somente ouvido o som emitido pela fonte A.

O efeito de batimentos ocorre quando duas ondas se propagam juntas, porém com uma pequena variação de frequência entre elas. Quando as ondas se coincidem ocorre um efeito construtivo, porém a medida que as ondas deixam de se coincidirem ocorre um efeito destrutivo, formando assim a sensação de batimentos no som.

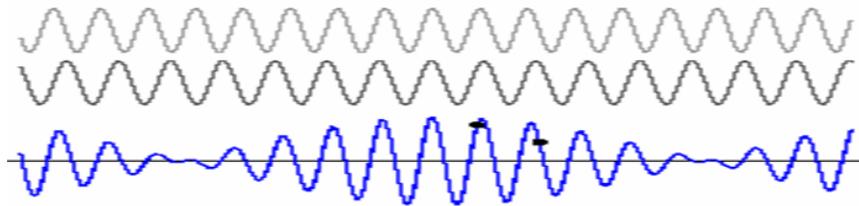


Figura 2.1 - Efeito de batimentos.

O efeito Doppler ocorre quando há um movimento relativo entre fonte e ouvinte. Quando a fonte sonora está se aproximando, a frequência do som é maior que a frequência que realmente está sendo reproduzida pela fonte, tendo assim a impressão de um som mais agudo. Já quando a fonte sonora está se afastando, a frequência do som é menor que a frequência reproduzida pela fonte, dando assim a impressão de um som mais grave.

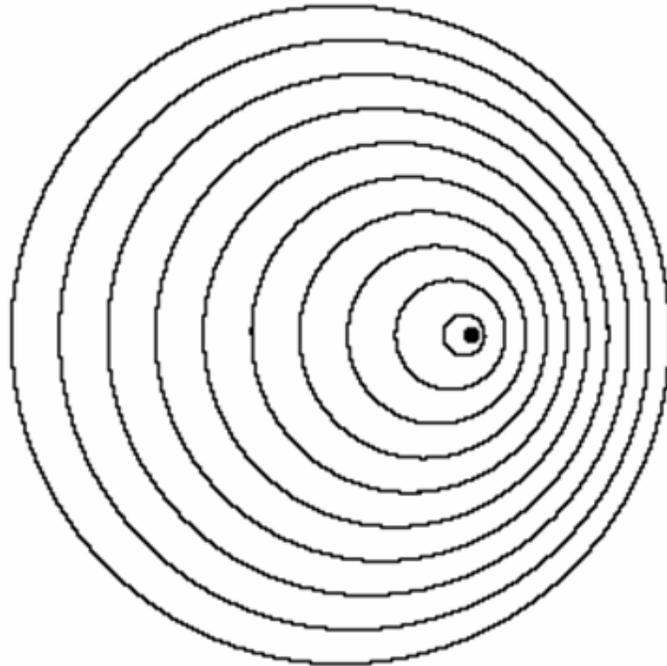


Figura 2.2 - Efeito Doppler.

2.1. FREQUÊNCIA

O nosso ouvido é sensível aos sons entre 20 a 20.000 Hz. Os sons com menos de 20 Hz são chamados de **infra-sons** e os sons com mais de 20.000 Hz são chamados de **ultra-sons**. Esta faixa de frequências entre 20 e 20 KHz é definida como *faixa audível de frequências, intervalo audível ou banda audível*.

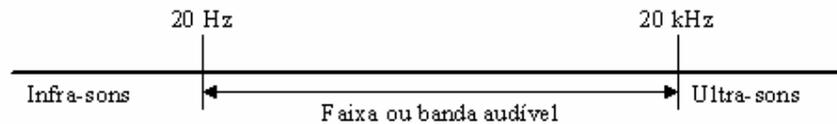


Figura 2.3 - Faixa Audível.

O ouvido humano não percebe as frequências de maneira linear. Experiências demonstram que o ouvido humano obedece a **Lei de Weber** de estímulos/sensação, onde a escala que melhor representa a percepção humana é a logarítmica. Desta

maneira, se define uma **oitava** como sendo o intervalo entre frequências cuja razão seja igual a dois.

Essa razão representa, exatamente, o intervalo de uma nota Lá para a próxima nota Lá em um instrumento musical, sendo este próxima nota Lá o oitavo tom acima da primeira nota Lá, que aos ouvidos se parecem iguais.

Atualmente, o valor 1000 Hz é usado como frequência de referência. As oitavas ficam com frequência central de 31.25, 62.5, 125, 250, 500, 1000, 2000, 4000, 8000 e 16000 Hz.

As frequências audíveis são divididas basicamente em 3 faixas:

- **Sons graves ou baixas frequências:** as quatro oitavas de menor frequência.
- **Sons médios ou médias frequências:** as três oitavas centrais.
- **Sons agudos ou altas frequências:** as três oitavas de maior frequência.

Tabela 2.1 - Três bandas de frequência básicas.

31.25	62.5	125	250	500	1000	2000	4000	8000	16000
Graves				Médios			Agudos		

2.2. INTENSIDADE

A intensidade do som é a quantidade de energia transportada por um movimento vibratório, por unidade de área. Ou seja, a potência média por unidade de área. A intensidade sonora (I) pode ser obtida com a relação entre a amplitude da pressão ($p_{máx}$) a densidade do ar (ρ) e a velocidade do som (v), como é exposto na Equação 2.1.

$$I = \frac{p_{máx}^2}{2\rho v} \quad (2.1)$$

De acordo com a **Lei de Weber**, conforme a intensidade sonora aumenta, o ouvido fica cada vez menos sensível. A intensidade deve ser elevada exponencialmente para que o ouvido perceba o som de maneira linear. Portanto, é usada a escala logarítmica para a intensidade sonora.

O Nível de Intensidade Sonora (NIS) ou Sound Intesity Level (SIL) é obtido através da Equação 2.2, onde I é a intensidade do som e I_0 é a intensidade num nível de referência, comumente o limiar de audibilidade. A unidade de medida é o decibel (dB).

$$SIL = 10 \log \left(\frac{I}{I_0} \right) \quad (2.2)$$

Nesta escala o limiar de audibilidade ($I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$) é de 0 dB e o limiar da audição dolorosa ($I = 1 \text{ W/m}^2$) é de 120 dB.

A intensidade sonora é proporcional ao quadrado da pressão sonora, termo mais comum na medição do nível sonoro. O termo definido para a pressão sonora é o SPL (Sound Presure Level) sendo baseado na relação entre a pressão do som ou amplitude da pressão (p) e a pressão no limiar de audibilidade (p_0). A pressão é dada em pascal (Pa).

$$p_0 = 2 \times 10^{-5} Pa \quad (2.3)$$

$$SPL = 20 \log \left(\frac{p}{p_0} \right) dB_{SPL} \quad (2.4)$$

Não havendo nenhuma interferência devido às reflexões, os níveis de intensidade sonora ou pressão sonora não causam diferença nos cálculos, o que permite que as Equações 2.2 e 2.4 sejam iguais.

$$SIL = SPL \quad (2.5)$$

2.3. TIMBRE

Timbre é o que diferencia o som de um piano e um violino ou de uma voz para outra, por exemplo. A mesma nota em vários instrumentos têm sua frequência fundamental, que é igual para todos instrumentos, podendo variar apenas no nível de intensidade, seguida de seus harmônicos, cada um com níveis de intensidades variados, gerando assim ondas com formatos diferentes. Os harmônicos são frequências múltiplas da frequência fundamental.

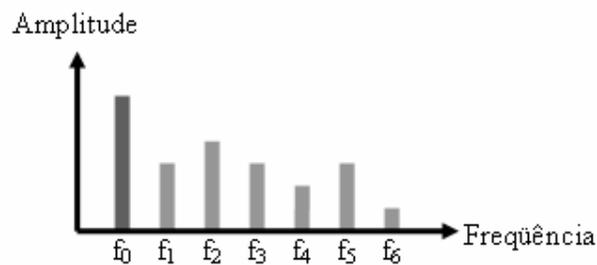


Figura 2.4 - Frequência fundamental e seus harmônicos.

Hermann von Helmholtz em seu livro *On the Sensations of Tone* montou, no final do século XIX, um corpo teórico que é a fundação do que hoje sabemos sobre o timbre. Helmholtz caracteriza os sons como consistindo de uma onda de forma arbitrária fechada em um envelope (ou envoltória) de amplitude feito de três partes: ataque (ou tempo de crescimento), período estável e queda (ou tempo de queda). O ataque é o tempo que a amplitude que um som leva para sair do zero e subir até o seu valor de pico. O período estável é onde a amplitude é idealmente constante, e o som some no período da queda (onde a amplitude cai até zero). [Lazzarini 1998]

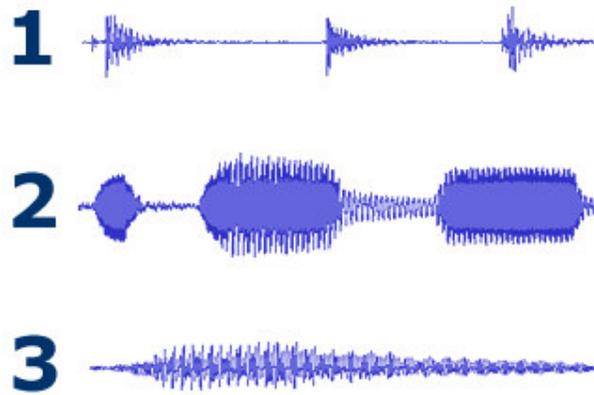


Figura 2.5 - Envelopes sonoros: 1 - Tabla, 2 – Trompa e 3 – flauta. [Fonte: <http://pt.wikipedia.org/wiki/Timbre>]

2.4. SINAIS PARA ANÁLISES

Os sinais são classificados em determinísticos e randômicos (não-determinísticos, aleatórios ou estocásticos).

Os sinais determinísticos, para cada instante de tempo, apresenta valores conhecidos, por isso, podem ser expressos por uma função matemática. Geralmente, os sinais determinísticos são descritos por uma série de Fourier.

Já os sinais randômicos têm um comportamento desconhecido. Devido à sua imprevisão, não podem ser expressos por uma função matemática. Os sinais randômicos só podem ter uma função matemática depois de recebidos, mas mantendo ainda a sua condição de imprevisão.

Exemplos de sinais randômicos em eletrônica são os sinais de interferência como ruído de antena, distorção em amplificadores ou ruído térmico em resistências, mas sinais úteis também podem ser estocásticos. Em telecomunicações, não faz sentido

a transmissão de um sinal já conhecido pelo receptor. Na realidade, quanto menor o conteúdo de mensagem que se possa prever, maior o conteúdo da mensagem. [Girod 2003]

Existe também outra forma de caracterizar os sinais. Sinais de energia e sinais de potência. Os sinais de energia têm potência média igual a zero. Os sinais de potência têm energia infinita, mas potência média finita como os ruídos e os sinais periódicos, por exemplo.

Outras classificações de sinais serão apresentadas mais a frente, no capítulo 3.

Duas grandezas são definidas para sinais de energia e sinais de potência: para sinais de energia, Densidade Espectral de Energia e para sinais de potência, Densidade Espectral de Potência $S_x(\omega)$.

Como a Densidade Espectral de Energia foge do escopo deste projeto, será tratado apenas o que se refere a Densidade Espectral de Potência.

2.4.1. Densidade Espectral de Potência

A Densidade Espectral de Potência $S_x(\omega)$ ou $S_x(f)$ de um sinal $x(t)$ é definida no domínio da frequência, sendo densidade de potência por unidade de banda (potência média por unidade de banda).

A função $S_x(\omega)$ é importante para a medida de sistemas práticos, quer o sinal seja determinístico ou aleatório. Ela contém informação de magnitude, mas não informação de fase. Para distintos sinais no tempo, só há uma $S_x(\omega)$. Entretanto, para

uma dada $S_x(\omega)$, pode haver uma infinidade de funções no tempo, diferindo no espectro de fase. [Noceti 2002]

Por que utilizar a Densidade Espectral de Potência?

Com a importância da utilização da chamada resposta ao impulso $h(t)$, num sistema com sinal de entrada $x(t)$ para excitar o sistema e saída $y(t)$, que é dado por:

$$y(t) = h(t) * x(t)^1 \quad (2.6)$$

Tendo a sua transformada de Fourier:

$$Y(j\omega) = H(j\omega)X(j\omega) \quad (2.7)$$

A função $h(t)$ é chamada de resposta ao impulso de um sistema porque a “integral de convolução” de $h(t)$ com a função impulso $\delta(t)$ (amplitude infinita no tempo zero) é a própria função $h(t)$. Se $x(t) = \delta(t)$, então: [Noceti 2002]

$$y(t) = h(t) * \delta(t) = h(t) \quad (2.8)$$

Sendo a transformada de Fourier do impulso igual a 1 ($\mathfrak{F}\{\delta(t)\} = 1$), teríamos $Y(j\omega) = H(j\omega)$, o que seria ideal, porque teríamos a própria função que desejamos determinar.

Mas o impulso é fisicamente irrealizável, sendo substituído então por sinais sinusoidais (senos ou cossenos com qualquer fase) e o ruído branco e rosa, que serão detalhados mais adiante.

¹ “*” indica convolução

Como alguns sinais, como o ruído branco e rosa, não têm uma representação matemática é utilizado a Densidade Espectral de Potência $S_x(\omega)$ para representá-los matematicamente.

2.4.2. Ruídos

Os ruídos são combinações de todas as frequências. Geralmente essas combinações acabam reduzindo a inteligibilidade de uma informação de som, imagem ou dado. Mas também tem as suas utilidades.

Devido à sua riqueza espectral, alguns tipos de ruídos servem de fonte para a síntese da fala, de sons da natureza e de sons de instrumentos musicais. Além disso, são úteis para a calibração de equipamentos eletrônicos, como sinais de teste, e nas medidas das características de sistemas de áudio eletroacústicos. [Noceti 2002]

O ruído pode ser classificado em contínuo, flutuante e impulsivo:

- **Ruído contínuo:** apresenta uma pequena variação de nível de intensidade.



Figura 2.6 - Ruído do tipo contínuo. [Fernandes 2005]

- **Ruído flutuante:** apresenta uma grande variação de nível de intensidade.



Figura 2.7 - Ruído do tipo flutuante. [Fernandes 2005]

- **Ruído impulsivo ou de impacto:** ocorre num curto período de tempo, mas com alto nível de intensidade sonora.



Figura 2.8 - Ruído do tipo impacto. [Fernandes 2005]

A medição dos níveis de som é a principal atividade para avaliação dos problemas do ruído em um ambiente. Podemos fazer desde uma simples avaliação local, passando por um levantamento mais minucioso, até uma análise de alta precisão usando analisadores de frequência. [Fernandes 2005]

Dentre vários ruídos se destacam dois, o ruído branco e o rosa.

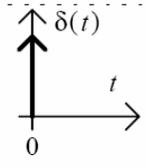
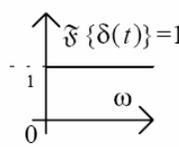
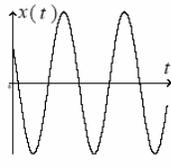
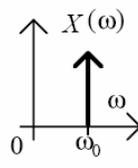
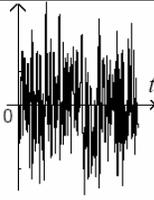
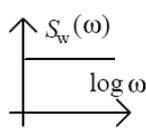
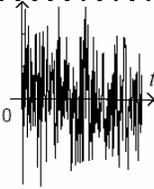
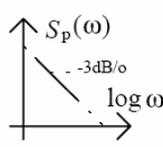
Ruído Branco

Contém a densidade de potência constante em todo o espectro de frequência. O nome ruído branco vem de uma analogia do espectro de cores, a luz branca é a junção de todas as outras frequências luminosas (cores) juntas e com mesma intensidade. Para um gráfico no domínio da frequência, sua densidade espectral de potência é constante. Ele se assemelha ao som emitido pela TV quando está fora de sintonia.

Ruído Rosa

Contém uma densidade espectral de potência proporcional ao inverso da frequência. O nome ruído rosa também vem de uma analogia do espectro de cores. O ruído rosa tem mais energia nas mais baixas frequências, sua potência diminui aproximadamente 3 dB por oitava, assim como a luz vermelha, que tem as mais baixas frequências no espectro visível. Em um gráfico no domínio da frequência, com bandas de largura de uma oitava, o sinal apresenta plano. Ele é mais semelhante à sensibilidade do ouvido humano. Por isso apresenta grande aplicação para o entendimento da percepção do ouvido humano. O ruído rosa é o que tem mais relação com os sons da natureza, sendo bem equalizado pode gerar sons parecidos com os da chuva, cachoeira, rio, ventos entre outros sons.

Tabela 2.2 - Características dos sinais empregados nas medidas de sistemas².
[Noceti2002]

Sinais	Forma da função no tempo para $(t \geq 0)$	Forma da função na frequência para $(\omega \geq 0)$	Bandas ou frequências de medida
Impulso		\bullet 	SERIA A FUNÇÃO IDEAL PARA MEDIDAS, PORÉM NÃO É FÍSICAMENTE REALIZÁVEL
Sinusóide		\bullet 	TEORICAMENTE, INFINITAS FREQUÊNCIAS NA PRÁTICA, 60 FREQUÊNCIAS POR OITAVA
Ruído Branco		$\bullet\bullet$ 	BANDAS DE LARGURA CONSTANTE
Ruído Rosa		$\bullet\bullet$ 	BANDAS DE LARGURA VARIÁVEL, POR EXEMPLO (1/3) DE OITAVA

2.5. PSICOACÚSTICA

A Psicoacústica estuda as sensações auditivas para estímulos sonoros. Trata dos limiares auditivos, dos limiares de dor, da percepção da intensidade e da frequência do som, do mascaramento, e dos efeitos da audição binaural. [Fernandes 2005]

² Na coluna “Forma da função na frequência”, (\bullet) indica que a forma de onda mostrada corresponde à transformada de Fourier da função no tempo e ($\bullet\bullet$) que a forma de onda mostrada corresponde à função Densidade Espectral de Potência.

A psicoacústica é subjetiva, pois existe uma variação da percepção do som de pessoa a pessoa e também de idade a idade. Em geral o ouvido humano é capaz de ouvir frequências de 20 Hz a 20 kHz, mas a pesquisa sobre psicoacústica tem demonstrado que existe uma variação muito grande entre indivíduos. “A capacidade de percepção de frequências muda com o processo do envelhecimento. Por exemplo, uma criança saudável possui o limiar agudo de 20 kHz, que na idade de 20 anos pode chegar a 16 khz, e até mesmo a 8000 Hz, ao final da vida.” [Lazzarini 1998]

Ela também apresenta bastante interdependência entre as características do som. Por exemplo, a nossa percepção de volume varia com a frequência, como timbre e também com o tempo.

Por isso a maioria dos resultados obtidos na psicoacústica são dados experimentais. Onde são feitos vários testes com várias pessoas para a obtenção de uma média entre as sensações auditivas delas. Geralmente esses testes se baseiam na comparação entre dois sons, onde são questionados, por exemplo, a sensação de agudo ou grave do som, ou a “altura”.

Muitas das descobertas da psicoacústica ainda residem no plano experimental, pois razões físicas ou anatômicas sobre a sua causa ainda não são conhecidas. No entanto os dados apresentados pela psicoacústica são muito importantes para o entendimento da relação entre a percepção humana e o ambiente sonoro que a envolve. [Lazzarini 1998]

2.5.1. *Lei de Weber-Fechner*

Através de um trabalho psicofísico, Gustav Fechner (1801 - 1887) aproveita a equação desenvolvida por Ernst Weber (1795 - 1878) sobre a relação de

proporcionalidade entre as diferenças apenas percebidas entre estímulos e seus valores absolutos. Além de torna a equação de Weber mais complexa, Fechner transformas as diferenças apenas percebidas em sensações. Esse trabalho resultou na lei de Weber-Fechner que representa uma relação entre a intensidade física de uma excitação com a intensidade subjetiva de uma pessoa. A lei de Weber-Fechner não vale apenas para as sensações auditivas como também para outras sensações, como visual, térmica entre outras sensações relacionadas aos nossos sentidos.

Voltada para o sentido da audição a lei de Weber-Fechner pode ser enunciada assim:

“Para sons de mesma freqüência, a intensidade da sensação sonora cresce proporcionalmente ao logaritmo da intensidade física”. [Fernandes 2005]

Ou ainda

“Sons de freqüência constante, cujas intensidades físicas variam em progressão geométrica, produzem sensações cujas intensidades subjetivas variam em progressão aritmética”. [Fernandes 2005]

2.5.2. *Audibilidade (Loudness)*

A audibilidade é um estudo feito pela psicoacústica onde seu objetivo é definir os limiares de dor e audição do ser humano. Foram feitas várias pesquisas com várias pessoas para estipular a altura máxima e mínima que uma pessoa consegue perceber, em média. Para isso era estipulada uma freqüência onde o ouvinte alterava o ganho até o ouvinte dizer onde já não consegue ouvir e onde tem uma sensação de dor. Baseado na freqüência de 1 kHz os limiares de audição e dor foram estipulados entre 0 dB e 120 dB.

Ao ser pesquisado em todas as frequências foram formados o campo de audibilidade e seus limiares de dor e audição, como mostra a Figura 2.8.

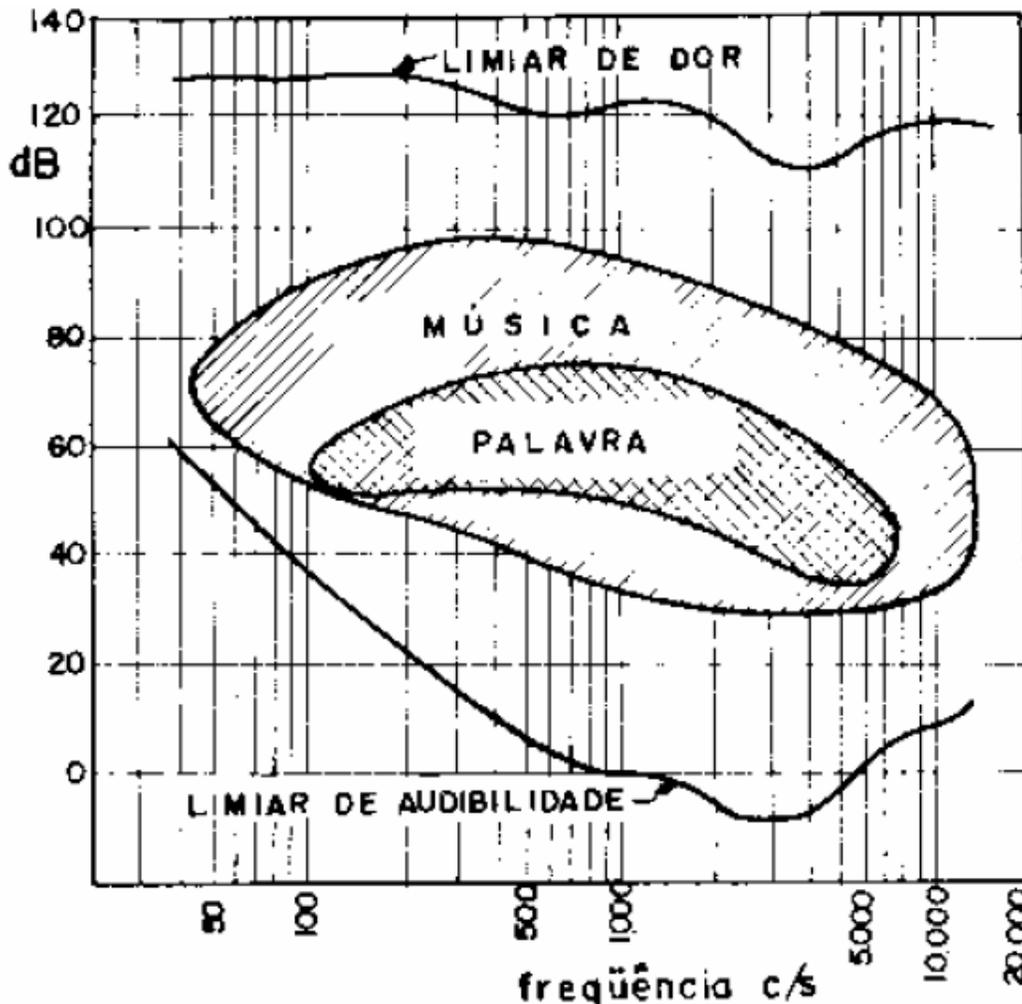


Figura 2.9 - Os limiares e o campo de audibilidade. [Fernandes2005]

Posteriormente foram feitas mais pesquisas onde o objetivo era descobrir a curva de sensação auditiva com mesmo nível de intensidade. Era definida a frequência de 1kHz a 0 dB e o ouvinte alterava o ganho das outras frequências até que elas soem com a mesma audibilidade da primeira frequência. Assim, repetindo esses mesmos procedimentos para 20, 30, 40 dB até chegar ao limiar da dor, foi formada as curvas da Figura 2.9, denominada de curvas de Fletcher e Munson.

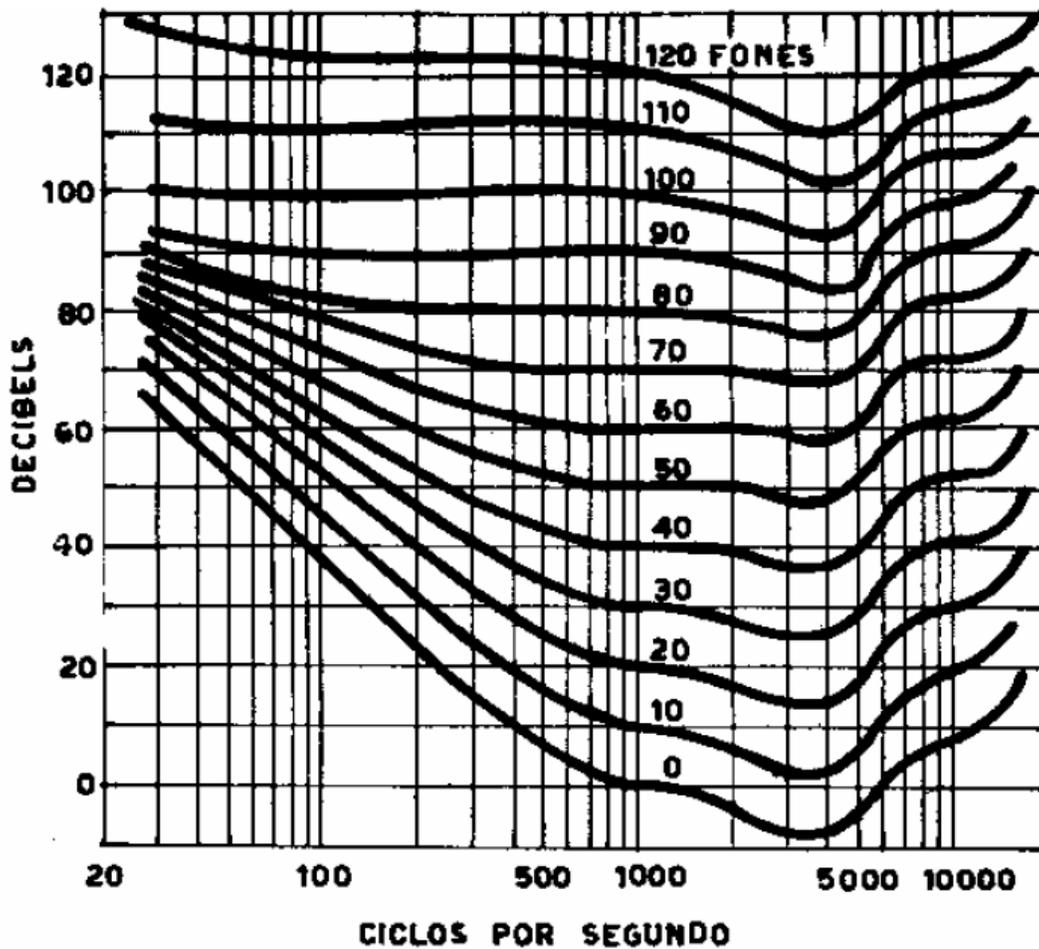


Figura 2.10 - Curvas de audibilidade (loudness). [Fernandes 2005]

2.6. EFEITOS SONOROS CAUSADOS PELA ACÚSTICA

Devido às condições ambientais (acústica) ou até mesmo à forma que som está sendo produzido causam interferências construtivas ou destrutivas que podem diminuir a inteligibilidade do som assim como aumentar a audibilidade (*Loudness*), essas interferências são basicamente causadas por diferenças e semelhanças entre frequências e amplitudes entre duas ou mais ondas senoidais. Este projeto tem como escopo somente a equalização, ignorando os efeitos acústicos que podem ocorrer durante a análise do sinal.

Os principais fenômenos ou efeitos sonoros proporcionados pela acústica de um ambiente podem ser:

Reverberação: Ocorre quando um som direto e sua reflexão estão próximos um do outro, tendo a sensação que os dois sons se sobrepõem, confundindo o som direto do refletido. Assim teremos a sensação de um som mais prolongado.

Eco: É também causado pela reflexão do som, onde podemos ouvir o som refletido nitidamente. “Define-se eco como a repetição de um som que chega ao ouvido por reflexão 1/15 de segundo ou mais depois do som direto”. [Fernades 2005]

Ressonância: Ocorre quando uma onda está na frequência natural de um corpo. Esse corpo começa a vibrar em sua frequência gerando uma interferência construtiva aumentando a amplitude da frequência no ambiente. Com isso, as frequências dos modos de ressonância fazem a acústica de uma sala.

Mascaramento: Ocorre quando uma onda sonora tem maior amplitude que outra onda, diminuindo a inteligibilidade e até a audibilidade da onda de menor intensidade. “O efeito do mascaramento se torna maior quando os sons têm frequências próximas”. [Fernades 2005]

2.7. EQUIPAMENTOS PARA TRATAMENTO DE SINAIS POR EQUALIZAÇÃO

O processo de equalização consiste em alterar a curva de resposta de um equipamento, como por exemplo, uma caixa de som, por meio de filtros seletivos em frequência com o objetivo de obter uma resposta final plana ou com efeitos especiais, como realçar o grave e/ou o agudo do som.

Existem basicamente três tipos de equipamentos que são responsáveis pela equalização de áudio: os equalizadores de controle tonal, os equalizadores paramétricos e os equalizadores gráficos.

Equalizadores de Controle Tonal (Banda Tonal): são responsáveis por controlar uma faixa de frequências. Eles apresentam pouca resolução por trabalharem basicamente com três bandas: grave, médio e agudo.

Equalizadores Paramétricos: atuam sobre todos os parâmetros da equalização. Eles apresentam um potenciômetro para acentuação e atenuação, um potenciômetro para escolha de uma banda de frequência e um potenciômetro para controle do fator “Q”, que ajusta a largura de banda.



Figura 2.11 - Equalizador paramétrico. [Fonte: <http://universounddj.spaces.msn.com/feed.rss>]

Equalizador Gráfico: apresenta uma maneira gráfica de se equalizar o áudio. Ele apresenta frequências já definidas onde o usuário atua somente no ganho ou na atenuação da cada banda de frequência.



Figura 2.12 - Equalizador gráfico. [Fonte: <http://universounddj.spaces.msn.com/feed.rss>]

Além do equalizador, existem outros equipamentos que são utilizados para o tratamento de áudio. Dentre vários se destacam o compressor e o processador de efeito.

No capítulo 3 serão apresentados alguns métodos matemáticos utilizados para trabalhar tanto com sinais de áudio como com outros tipos de sinais. Esse conceito matemático tem grande importância devido a sua grande aplicação em equipamentos que fazem a análise e processam os sinais.

CAPÍTULO 3 – ANÁLISE E PROCESSAMENTO DE SINAIS

Um sinal é formalmente definido como uma função de uma ou mais variáveis, a qual veicula informações sobre a natureza de um fenômeno físico. [Haykin 2001]

A análise e processamento de sinais é fundamental na engenharia e também fundamental neste projeto.

Para a análise e o processamento os sinais são identificados em cinco métodos de classificação:

Sinais de tempo contínuo e tempo discreto: Os sinais de tempo contínuo são sinais analógicos definidos para todo tempo. Podemos dizer que é um sinal infinitamente preciso. Os sinais contínuos são gerados naturalmente por meios físicos e tem como exemplo, uma onda acústica ou onda luminosa. Já os sinais de tempo discreto são sinais digitais, quando apresentam tempo e amplitude discretos, definidos em instantes de tempo isolados. Este tipo de sinal será melhor explicado mais à frente.

Sinais pares e ímpares: Os sinais pares são simétricos em relação ao eixo vertical ou origem de tempo, enquanto que os sinais ímpares são antissimétricos (assimétricos) em relação à origem de tempo. [Haykin 2001]

Um sinal par satisfaz

$$x(-t) = x(t) \quad (3.1)$$

Um sinal ímpar satisfaz

$$x(-t) = -x(t) \quad (3.2)$$

Sinais periódicos, sinais não-periódicos: Sinais periódicos são sinais que num determinado período se repetem. Eles satisfazem a condição

$$x(t) = x(t + T) \quad (3.3)$$

para todo t sendo T uma constante positiva.

Qualquer sinal que não satisfaça a Equação 3.3 é denominado de sinal aperiódico ou não-periódico.

Sinais determinísticos, sinais aleatórios: Sinais determinísticos é previsível em qualquer instante de tempo, podendo assim ser modelados matematicamente com funções de tempo completamente específicas, mesmo que essas funções sejam complexas.

Já os sinais aleatórios ou randômicos não podem ser premeditados, gerando assim incertezas com respeito ao seu valor em todo o tempo.

Os sinais determinísticos e aleatórios foram abordados no item 2.2 do capítulo 2 assim como os sinais de energia e potência, que serão explicados a seguir.

Sinais de energia, sinais de potência: A energia de um sinal discreto $x[n]$ é definida pela Equação 3.4.

$$E = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x^2[n] \quad (3.4)$$

Um sinal é considerado sinal de energia quando atende a Equação 3.5,

$$0 < E < \infty, \quad (3.5)$$

onde sua potência média é igual a zero.

A potência média de um sinal discreto $x[n]$ é definida pela Equação 3.6.

$$P = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N} \sum_{n=-N}^N x^2[n] \quad (3.6)$$

Já um sinal de potência atende a Equação 3.7,

$$0 < P < \infty, \quad (3.7)$$

onde sua energia é infinita, mas sua potência média é finita.

Os sinais representam informações que muitas vezes são úteis para algum tipo de aplicação. Com isso, em muitos casos, o intuito não é somente observar o sinal, mas também existe a intenção de armazenar, transferir ou juntar um sinal a outras informações. Com isso surgem os sistemas, que na maioria dos casos apresentam sinais de entrada e de saída.

Quando apresenta um sinal de entrada $x(t)$ ou $x[n]$, o sinal é alterado pelo sistema H gerando o sinal $y(t)$ ou $y[n]$.

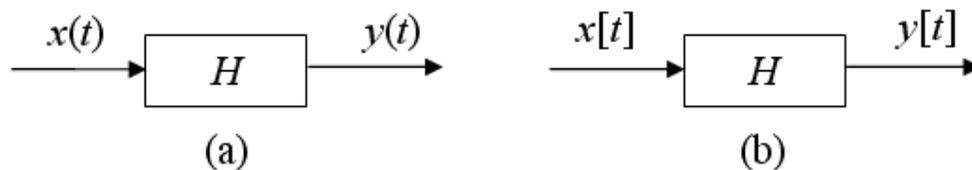


Figura 3.1 - Diagrama de blocos para o operador H para (a) tempo contínuo e (b) tempo discreto.

Um sistema é a abstração de um processo ou objeto que estabelece uma relação entre um certo número de sinais. [Girod 2003]

3.1. SISTEMA LINEAR INVARIANTE NO TEMPO

Tendo, o homem, o objetivo de controlar o sinal para a obtenção de informações desejadas, foram desenvolvidos vários estudos de sistemas de modo que se destacou um tipo de sistema: os Sistemas Lineares Invariantes no Tempo. A teoria de Sistemas Lineares Invariantes no Tempo apresentou um papel importante nos estudos de sistemas devido à sua grande utilização na engenharia elétrica, como:

- Análise e projeto de circuitos elétricos;
- Processamento de sinais digitais;
- Telecomunicações;
- Engenharia de controle e automação;
- Engenharia de instrumentação.

O sistema desenvolvido neste projeto trata-se de um Sistema Linear Invariante no Tempo. Para definir melhor as características deste sistema, será explicado a seguir os termos: linearidade e invariância no tempo.

3.1.1. *Linearidade*

Suponha que para um determinado sistema, uma determinada entrada conhecida $x_1(t)$ produza uma saída $y_1(t)$. Da mesma forma, para uma outra entrada conhecida $x_2(t)$ produza uma saída $y_2(t)$ para este mesmo sistema. Este sistema será Linear se e somente se o sistema responder a uma entrada do tipo $Ax_1(t) + Bx_2(t)$, sendo A e B constantes, com uma saída $Ay_1(t) + By_2(t)$. Esta condição recebe o nome de *princípio de*

superposição. Em outras palavras, um sistema linear responde a uma soma ponderada de sinais de entrada igual à mesma soma ponderada de sinais de saída, cada sinal de saída está associado a um sinal de entrada particular que age no sistema independentemente de todos os outros sinais de entrada.

Para um sistema que tem como sinal de entrada $x(t)$ uma soma ponderada,

$$x(t) = \sum_{i=1}^N a_i x_i(t) \quad (3.8)$$

segundo o princípio de superposição a saída $y(t)$ de um sistema linear também será uma soma ponderada.

$$y(t) = \sum_{i=1}^N a_i y_i(t) \quad (3.9)$$

De acordo com as Equações 3.8 e 3.9 é dada a Equação 3.10 que define a saída de um sistema linear.

$$y(t) = \sum_{i=1}^N a_i H\{x_i(t)\} \quad (3.10)$$

3.1.2. Invariância no Tempo

Um sinal de saída só pode ser $y(t - \tau)$ para um sinal de entrada $x(t - \tau)$, se as características do sistema H não mudarem ao longo do tempo. Um Sistema Invariante no Tempo apresenta retardo ou avanço no tempo idênticos na entrada e saída do sistema.

Com isso, para um sistema com operador H e operador de deslocamento no tempo S^τ a permutação entre eles deve ocorrer. A permutação dos operadores não varia o resultado com a alteração de suas posições.

$$HS^\tau = S^\tau H \quad (3.11)$$

Nem sempre um sistema linear é invariante no tempo, e nem sempre um sistema invariante no tempo é linear. Mas para a junção dos dois sistemas, o sistema resultante é denominado Sistema Linear Invariante no Tempo, que é representado pela sigla em inglês LTI (*Linear Time Invariant*), ou pelas siglas em português LIT (*Linear Invariante no Tempo*) e SLIT (*Sistema Linear Invariante no Tempo*).

Como o foco deste projeto é para um sistema que trabalha com informações digitalizadas, iremos abordar os sistemas LIT para sinais digitais.

3.2. SINAIS DIGITAIS

A cada dia é mais comum ouvirmos falar em sinais digitais e sistemas digitais. Tanto os sinais analógicos como os sinais digitais estão envolvidos na construção de sistemas de comunicação, sistemas de controle, sistemas de sensoriamento remoto e instrumentos para processamento de sinais.

Mas quais seriam as vantagens dos sinais digitais para os sinais analógicos? Os sinais analógicos têm a vantagem de serem trabalhados em tempo real já os sinais digitais não nos dão essa garantia, mesmo podendo chegar às condições de serem processados em tempo real.

Porém, existem várias vantagens numa abordagem digital.

Quando uma máquina analógica é desenvolvida para uma determinada operação com um sinal analógico, ela não pode ser trabalhada numa operação diferente da qual foi projetada. Com isso o equipamento desenvolvido fica limitado para algumas aplicações. Já uma máquina digital pode ser utilizada para vários tipos de processamentos, bastando para isso simplesmente fazer algumas modificações no programa que executa a operação. Isso dá mais flexibilidade para o sinal digital.

Outra vantagem seria a questão de repetitividade, onde uma operação de processamento de sinais, por meios digitais, poderia ser repetida várias vezes sem alteração. Já em meios analógico poderia haver variações devido a alterações físicas que o sistema poderia sofrer.

Entre várias vantagens no processamento de sinais digitais como a compressão, a verificações de erros, a sua robustez a distorções em uma transmissão ou operação, entre outras, a tecnologia vem se desenvolvendo de maneira rápida a ponto de compensar a maior complexidade dos circuitos que é requerida pela abordagem digital dos sinais.

Para serem transmitidos digitalmente, os sinais analógicos devem passar por um circuito conversor analógico-digital (A/D), onde serão aplicados os processos de amostragem, quantização e codificação do sinal de entrada.

Lembrando que um sinal discreto nem sempre é digital, mas todo sinal digital é discreto. O sinal discreto é basicamente um sinal que tem seu tempo distribuído por amostras, porém sua amplitude pode ser contínua. Já para um sinal digital sua amplitude deve também ser distribuída em amostras.

O processo de amostragem consiste em dividir o tempo do sinal em pequenas amostras de espaçamento iguais onde, de acordo com o teorema de amostragem, o sinal não sofre perdas desde que as amostras assumam um valor contínuo em amplitude e que a frequência de amostras seja no mínimo o dobro da frequência máxima do sinal de interesse.

Na quantização a amplitude do sinal só poderá assumir determinados níveis pré-estabelecidos. Isto acarreta o ruído de quantização.

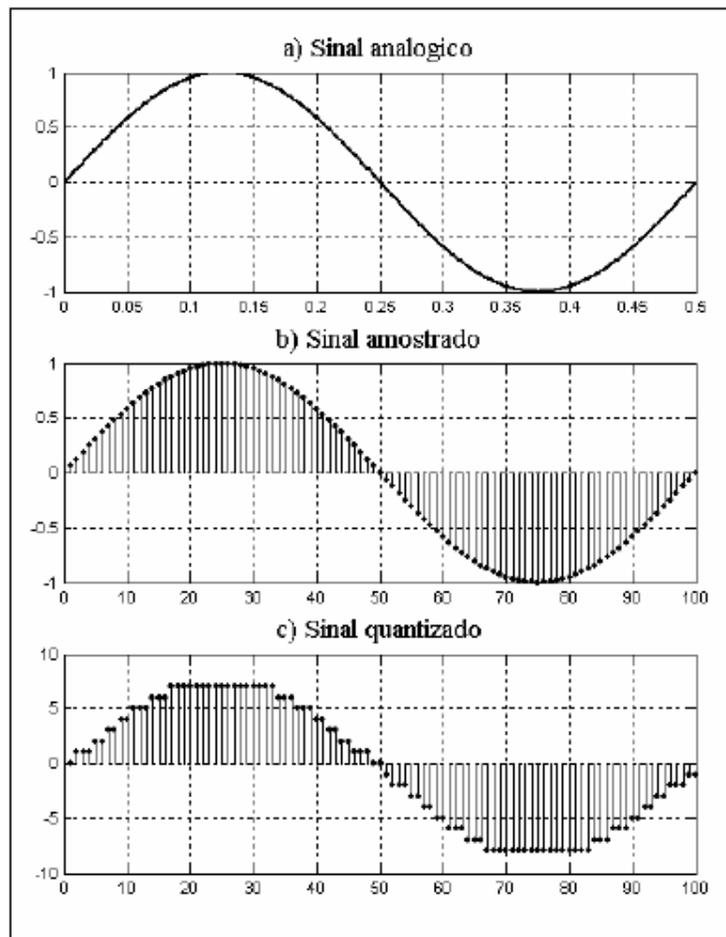


Figura 3.2 - a) Sinal senoidal analógico (2Hz). b) amostragem (200 pontos por segundo). c) quantização (16 níveis ou 4 bits).

E por último o sinal é codificado de acordo com o número binário (bit) a ser interpretado pelo equipamento digital.

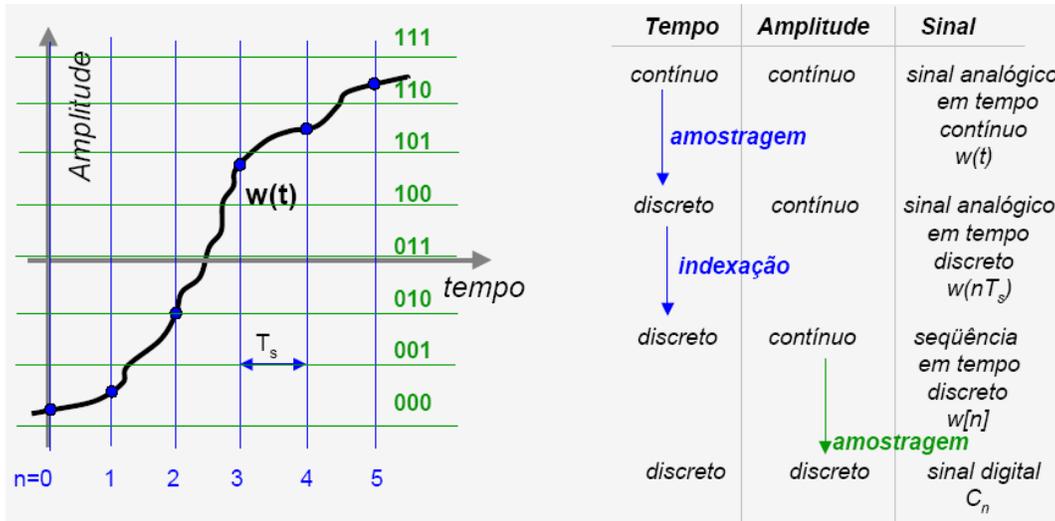


Figura 3.3 - Amostragem, Quantização e Codificação.

Para a análise e processamento de sinais digitais utilizamos algumas ferramentas matemáticas bastante utilizadas na engenharia, os quais serão abordadas a seguir.

3.3. ANÁLISE DE SINAIS

A análise de sinais é a primeira e a principal etapa no processamento de sinais. Através de seus modelos matemáticos podemos observar o comportamento de entrada e saída de um sistema LIT. Através destes modelos, executamos uma operação de uma maneira mais apropriada.

Considerando a representação de um sinal como uma superposição ponderada de senóides complexas, Joseph Fourier (1768 – 1830) desenvolveu métodos que vão além dos sinais e sistemas. Seus métodos foram denominados análise de Fourier, em sua homenagem, que permitem o estudo de sinais e sistemas tanto contínuos como discretos.

Como este projeto se aplica à análise e processamento em sinais discretos, iremos estudar apenas os métodos referentes a sinais discretos.

3.3.1. Transformada de Fourier no Tempo Discreto

Os teoremas desenvolvidos por Fourier têm grande importância para a análise de sinais. A capacidade de seus métodos transformarem os sinais no domínio de tempo em sinais no domínio de frequência é uma ferramenta extremamente importante, já que muitas vezes é mais simples manipular um modelo no domínio da frequência.

Os modelos de Fourier consideram o sinal analisado como a junção de senóides formando uma senóide complexa. Cada senóide apresenta sua própria frequência, facilitando assim a decomposição do sinal em senoidais, separando-as por suas frequências e determinando suas amplitudes.

Fourier desenvolveu modelos matemáticos para representarem sinais tanto periódicos como não-periódicos, assim como sinais de tempo contínuo como de tempo discreto. Suas representações para sinais de tempo contínuo periódicos e não-periódicos são chamadas de Série de Fourier (FS – *Fourier Serie*) e Transformada de Fourier (FT – *Fourier Transform*). Já para sinais de tempo discreto, as representações são chamadas de Série de Fourier de Tempo Discreto (DTFS – *Discret Time Fourier Serie*) para sinal periódico, e Transformada de Fourier de Tempo Discreto (DTFT – *Discret Time Fourier Transform*) para sinais não-periódicos.

A Transformada de Fourier no Tempo Discreto (DTFT) é representada pela Equação 3.12

$$X(e^{j\Omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]e^{-j\Omega n} \quad (3.12)$$

em que

$$x[n] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X(e^{j\Omega}) e^{j\Omega n} d\Omega \quad (3.13)$$

$X(e^{j\Omega})$ e $x[n]$ são um par de DTFT onde

$$x[n] \xleftrightarrow{DTFT} X(e^{j\Omega}) \quad (3.14)$$

A transformada $X(e^{j\Omega})$ é a representação no domínio da frequência do sinal $x[n]$ como uma função de frequência senoidal Ω . A Equação 3.12 converte o sinal no domínio de tempo para sua representação no domínio de frequência. Com isso é chamada de DTFT de $x[n]$.

Já a Equação 3.13 representa a DTFT inversa de $X(e^{j\Omega})$, uma vez que ele transforma o sinal representando no domínio de frequência para o domínio de tempo.

Porém a DTFT só é possível com a aplicação em sinais de duração finita ou sinais de duração infinita caso a soma infinita da Equação 3.12 convirja, ou seja.

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} |x[n]| < \infty \quad (3.15)$$

3.3.2. Transformada Z

Diferentemente da transformada de Fourier que trabalha numa representação senoidal complexa de um sinal de tempo discreto dada pela DTFT, a transformada z trabalha com uma representação em termos de sinais exponenciais complexos. Sua nomeação é dada devido à letra normalmente usada para nomear sua variável frequência complexa: z.

Os papéis principais da transformada z na prática da engenharia são o estudo das características de sistemas e a derivação de estruturas computacionais para implementar sistemas de tempo discreto em computadores. A transformada z unilateral também é usada para resolver equações de diferenças sujeitas a condições iniciais. [Haykin 2001]

A DTFT só existe se a resposta ao impulso for somável, para isso, ela deve ser aplicada em sistemas estáveis. Já a transformada z pode ser usada para estudar uma gama muito maior de sinais e sistemas.

Admitindo que $z = re^{j\Omega}$ seja uma exponencial complexa com módulo r , fase Ω e $x[n]$ igual a z . A representação matemática pode ser:

$$x[n] = z^n = r^n e^{j\Omega n} = r^n \cos(\Omega n) + jr^n \text{sen}(\Omega n) \quad (3.16)$$

De acordo com a Equação 3.16 a parte real da exponencial complexa z^n pode ser definida como co-seno exponencialmente em amortecimento e a parte imaginária pode ser definida como seno exponencialmente amortecido.

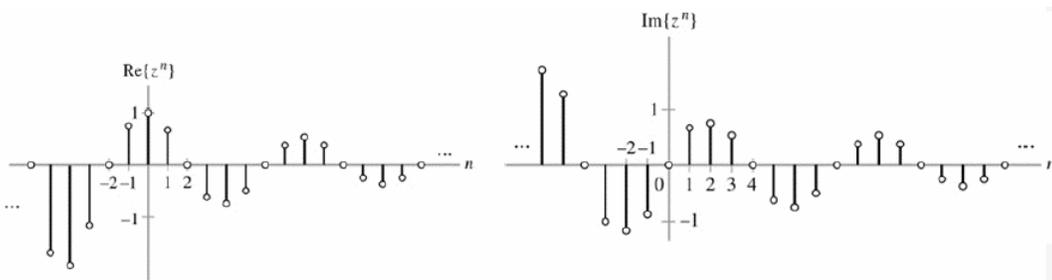


Figura 3.4 - Representação gráfica da parte real da exponencial complexa z^n (co-seno) e da parte imaginária da exponencial complexa z^n (seno).

Onde r representa o fator de amortecimento e Ω representa a frequência senoidal.

A obtenção da saída $y[n]$ por um sistema LIT de resposta ao impulso $h[n]$ com entrada $x[n] = z^n$.

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h[k]x[n-k] \quad (3.17)$$

Para $x[n] = z^n$ a Equação 3.17 fica:

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h[k]z^{n-k} = z \left(\sum_{k=-\infty}^{\infty} h[k]z^{-k} \right) \quad (3.18)$$

De uma forma geral a transformada z de um sinal arbitrário $x[n]$ pode ser expressa como:

$$X[z] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]z^{-n} \quad (3.19)$$

Já a sua transformada z inversa é dada por:

$$x[n] = \frac{1}{j2\pi} \oint X(z)z^{n-1} dz \quad (3.20)$$

Expressamos a relação entre $x[n]$ e $X(z)$ com a notação

$$x[n] \xleftrightarrow{z} X(z) \quad (3.21)$$

Assim como a DTFT, a transformada z só existe quando a soma infinita na Equação 3.19 converge. Para ocorrer a convergência $x[n]z^{-n}$ deve ter uma somabilidade absoluta. Uma vez que $|x[n]z^{-n}| = |x[n]r^{-n}|$, temos

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} |x[n]r^{-n}| < \infty \quad (3.22)$$

Onde a faixa de r que satisfaz essa condição é denominada *região de convergência* (RDC), que representa a região no plano complexo (*plano z*) onde a transformada z converge. O plano z é um plano complexo onde é representando o número complexo z .

Fazendo $r = 1$, pode-se concluir que a transformada de Fourier no tempo discreto (DTFT) é dada pela transformada z avaliada ao longo do círculo unitário no plano z particularizando para $z = e^{j\Omega}$.

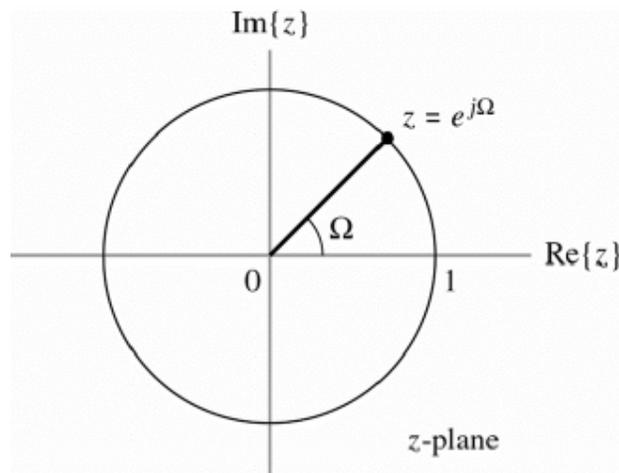


Figura 3.5 – O círculo unitário, $z = e^{j\Omega}$, no plano z .

A transformada z pode ser aplicada para o estudo de características de sistemas, como sua estabilidade, e também para desenvolver estruturas computacionais para implementar sistemas de tempo discreto.

3.4. PROCESSAMENTO DE SINAIS

O processamento de sinais envolve o manuseio do sinal de entrada $x[n]$ num sistema H para a obtenção de uma saída $y[n]$ desejada. O processamento mais comum e utilizado neste projeto é a filtragem de sinais.

3.4.1. *Filtros Digitais*

Filtros são sistemas seletivos, que na sua maioria, são focados a seleção de frequências, ou seja, os filtros limitam o espectro do sinal à faixa desejada de frequências.

Os filtros são fundamentais para o estudo de sinais e sistemas em termos de que todo sistema usado para processar sinais contém um filtro de algum tipo em sua composição. [Haykin 2001]

Para um sistema analógico, a função de transferência é descrita como $H(s)$ e de um sistema digital como $H(z)$. Estas funções de transferências representam o efeito que o sistema exerce sobre um sinal de entrada, e também o efeito de filtragem do sistema.

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} \quad (3.23)$$

Como a função de transferência de um filtro define o efeito do filtro em termos de frequência, podemos usar esta função de transferência para descrever uma faixa de frequência. Por exemplo, um filtro passa-alta irá deixar passar todas as frequências acima da frequência de corte estabelecida. Já um filtro passa-banda irá deixar passar a banda de frequência especificada.

Podemos definir a atuação dos filtros em 3 regiões básicas: faixa de passagem, onde a transmissão é feita com pouca ou sem distorções, faixa de transição ou faixa de guarda e faixa de corte ou rejeição, onde a transmissão nessa faixa de frequência é efetivamente rejeitada. Estas regiões são definidas pela frequência de corte ω_c e pela frequência de rejeição ω_r .

A utilização de um sistema digital para processar um sinal analógico apresenta várias vantagens. Como já foi mencionado anteriormente, o sistema digital, por ser um sistema computacional, oferece mais poder e flexibilidade dos dispositivos de tempo discreto devido a vários motivos.

As operações aritméticas de um computador oferecem mais facilidades do que a utilização de componentes analógicos. Outras vantagens que um sistema digital oferece é a capacidade de criar e alterar dispositivos digitais, como filtros, utilizando apenas a programação do *hardware*, podendo até mesmo fazer alterações em tempo real para otimizar algum critério associado com o sinal processado.

Um filtro digital usa computação para implementar a ação de filtragem que deve ser executada num sinal de tempo contínuo. A Figura 3.6 mostra o diagrama de blocos representando as operações envolvidas num projeto de um filtro seletivo de frequência numa abordagem digital.

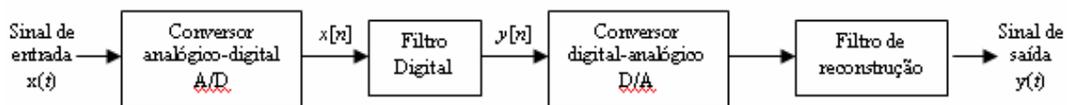


Figura 3.6 - Sistema para filtrar um sinal de tempo contínuo, construído em torno de um filtro digital.

Um sinal de tempo contínuo $x(t)$ entra no sistema e é convertido para um sinal digital $x[n]$ através de um conversor analógico-digital (A/D). Depois, o sinal $x[n]$ é processado amostra a amostra pelo filtro digital para produzir um novo sinal $y[n]$. Esse sinal será convertido novamente para um sinal de tempo contínuo através do conversor digital-analógico (D/A). E finalizando, o filtro de reconstrução na saída do sistema produz um sinal de tempo contínuo $y(t)$, representando a versão filtrada de sinal de entrada $x(t)$.

Uma atenção importante a ser dada na conversão de sinal analógico-digital é a taxa de amostragem. Quanto maior for a taxa de amostragem, melhor será a qualidade no processamento do sinal e mais confiável será o resultado final. De acordo com o teorema de Nyquist, a frequência de amostragem f_s deve ser maior ou igual ao dobro da maior frequência contida no sinal f_{max} .

$$f_s \geq 2f_{max} \quad (3.24)$$

Existem dois tipos de filtros digitais que dependem da duração de sua resposta ao impulso: os filtros digitais de resposta ao impulso de duração finita (FIR) e os filtros digitais de resposta ao impulso de duração infinita (IIR). Esses dois filtros são mais bem explicados nos itens a seguir.

Filtro FIR

O filtro FIR (*Finite Impulse Response*) é um filtro digital de resposta ao impulso de duração finita, que tem como principais características o fato de trabalhar com sinais finitos e a sua simplicidade de projeto. Ele é regido por equações lineares de diferenças com coeficientes constantes de natureza não-recursiva. Isso permite diminuir sua problemática de projeto, já que contém apenas operações aritméticas com números reais.

Seu sinal de saída $y[n]$ é definido como:

$$y[n] = \sum_{r=0}^M b_r x[n-r] \quad (3.25)$$

Considerando M a ordem de filtro, correspondente a um comprimento de filtro $M+1$ e seus coeficientes b variando em $r = 0, 1, \dots, M$.

Sua condição finita é dada por apresentar memória finita limitando assim o tamanho de qualquer sinal que venha ser trabalhado.

Por ser um sistema que apresenta como função de transferência um polinômio em z^{-1} , ele não apresenta uma distorção de fase, permitindo assim realizar uma reposta em frequência com fase linear. Simplificando assim, o problema da aproximação no projeto de filtros digitais FIR.

A função de transferência de um filtro FIR com resposta impulsiva finita pode ser representada por:

$$H(z) = \frac{X(z)}{Y(z)} = \sum_{r=0}^M b_r z^{-r} \quad (3.26)$$

Pela sua simplicidade na aplicação e se tratar de um filtro de reposta ao impulso de duração finita e principalmente por ser sempre estável. O filtro FIR será utilizado neste projeto nas aplicações necessárias.

Filtro IIR

O filtro IIR (*Infinite Impulse Response*) é um filtro digital de reposta ao impulso de duração infinita. Diferentemente dos filtros FIR que apresenta uma natureza não-recursiva, os filtros IIR apresentam a entrada e saída regida por equações lineares de diferenças com coeficientes constantes de natureza recursiva. Sua natureza recursiva é demonstrada na Equação 3.27.

$$\sum_{k=0}^N a_k y[n-k] = \sum_{r=0}^M b_r x[n-r] \quad (3.27)$$

A função de transferência de um filtro digital IIR é uma função racional em z^{-1} . Conseqüentemente, para uma resposta em frequência prescrita, o uso de um filtro digital

IIR normalmente resulta num comprimento de filtro menor do que o do filtro digital FIR correspondente. Entretanto, esta melhoria é obtida as custas de distorção de fase e um transitório que não se limita a um intervalo de tempo finito. [Haykin 2001]

$$H(z) = \frac{X(z)}{Y(z)} = \frac{\sum_{r=0}^M b_r z^{-r}}{\sum_{k=0}^N a_k z^{-k}} \quad (3.28)$$

Normalmente, para uma resposta em frequência prescrita, o uso de um filtro IIR resulta num comprimento de filtro menor do que o do filtro FIR correspondente. Eles podem ser estáveis ou não.

3.4.2. *Equalizador*

Em condições reais não existem sistemas LITs com condições de transmissão sem distorções. Por mais que se evite as distorções, sempre haverá uma pequena distorção no sistema. Existem basicamente dois tipos de distorções:

Distorção de amplitude: Ocorre quando um sistema não apresenta um módulo de resposta constante em toda a faixa de frequência que o envolve. Essa falha de resposta pode acarretar em ganho ou atenuação em algumas frequências do sinal de entrada $x[n]$ pelo sistema H .

Distorção de fase: Ocorre quando um sistema não apresenta uma resposta em fase linear. Quando um sistema tem várias faixas de frequências e suas faixas apresentam distorções de fases diferentes sujeitando o sinal de saída $y[n]$ a ter vários retardos diferentes em cada faixa de frequências.

Para solucionar este problema é utilizada uma rede conhecida como equalizador. Na faixa de frequência de interesse, o equalizador é projetado para que as respostas em módulo e em fase globais aproximam às condições aceitáveis de transmissão sem distorções.

Um equalizador $H_{eq}(j\omega)$ precisa estar ligado em cascata ao sistema $H_c(j\omega)$. Assim, a resposta do sistema é dada por $H_{eq}(j\omega) H_c(j\omega)$, como é mostrado na Equação 3.29. Com isso, para que a transmissão global através da conexão em cascata seja sem distorções é preciso que o sistema satisfaça a Equação 3.29. [Haykin 2001]

$$H_c(j\omega)H_{eq}(j\omega) = e^{-j\omega t_0} \quad (3.29)$$

Sendo a resposta do equalizador:

$$H_{eq}(j\omega) = \frac{e^{-j\omega t_0}}{H_c(j\omega)} \quad (3.30)$$

Em que t_0 representa o retardo de tempo constante.

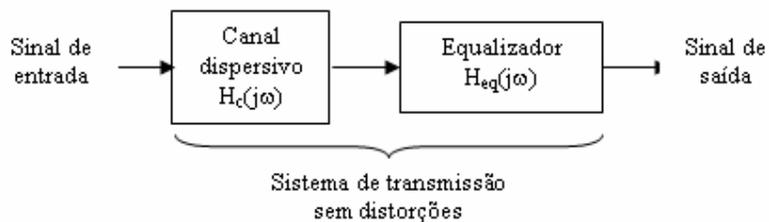


Figura 3.7 - Conexão em cascata de um canal dispersivo (LIT) e um equalizador para transmissão sem distorções.

Na prática a intenção é fazer com que o equalizador se aproxime do valor ideal da Equação 3.30 de forma a estreitar a distorção de um modo satisfatório.

3.5. SISTEMAS ADAPTATIVOS

Apesar dos sistemas LIT serem considerado teoricamente um sistema linear, na prática nem sempre esses sistemas são lineares. Um sistema físico pode distanciar-se deste modelo ideal devido à presença de componentes não-lineares ou parâmetros variantes no tempo.

Para garantir o princípio de superposição, um sistema deveria apresentar uma faixa de duração muito estreita. Assim os componentes deste sistema poderiam trabalhar dentro de uma região linear. Contudo, à medida que essa faixa vai se alargando, o sistema vai perdendo a sua característica linear.

Um sistema LIT pode variar suas características devido a vários fatores físicos, podendo variar por condições ambientais ou até mesmo pelas propriedades estatísticas das entradas. Dentre várias diversidades, a abordagem usada é um sistema adaptativo onde essas variações podem ser corrigidas.

O sistema adaptativo teria como objetivo alterar ou ajustar sua estrutura, de uma maneira que seu comportamento ofereça uma melhoria, essa melhoria é estabelecida de acordo com algum critério especificado à medida que ele vai reconhecendo o ambiente que está inserido.

O Processamento Adaptativo de Sinais Digitais (ADSP – *Adaptive Digital Signal Processing*) aborda a adaptação de sistemas para sinais digitais com o objetivo de obter um melhor ajuste do sistema com relação a suas variações. O ADSP tem como base de estudos a observação do comportamento da natureza com relação as variação que ela mesma sofre. A natureza oferece demonstrações práticas e bem visíveis do funcionamento de um sistema adaptativo. Olhando para nós mesmos, como organismos

biológicos adaptativos, que nos adaptamos com nossos tamanhos, pesos e formas, nos adaptamos também com o meio ambiente no qual vivemos, como as variações de luz, clima, pressão, umidade entre outras. E este mesmo meio que nos adaptamos vem também se adaptando devido às mudanças que vem sofrendo pelo homem. Até mesmo a maneira de pensarmos e nos organizamos sofre adaptações contínuas.

Com essas observações e com as necessidades de adaptações vistas nos sistemas atualmente, o ADSP empregou esse conceito na engenharia. O objetivo era realmente imitar a natureza. Como o comportamento da pupila diante as variações de quantidade de luz incidente, que à medida que a quantidade de luz aumenta, a pupila se fecha, e a medida que a quantidade de luz diminui, a pupila se abre.

Os sistemas adaptativos são aplicados na engenharia em vários campos, como por exemplo: comunicação, radar, sonar, sismologia, projetos mecânicos, sistemas de navegação, engenharia biomédica, entre outros.

As características comumente encontradas em sistemas adaptativos são:

- Adaptação automática (auto-otimizada) em meio a sistemas que variam com o tempo (não-estacionários).
- Podem ser treinados para desempenhar tarefas específicas, como filtragem e tomada de decisões, sintetizando sistemas responsáveis por estas tarefas através de treinamentos efetuados.
- Os sistemas adaptativos tendem a se auto-projetar.
- Podem ser treinados para explorar um novo comportamento baseado no modelo treinado.
- Podem restaurar erros internos se adaptando às condições de certos defeitos.

- Podem ser lineares ou não-lineares (Rede Neural Artificial).
- Mesmo apresentando um desempenho melhor, são mais complexos e difíceis de analisar do que sistemas não-adaptativos.

Um dos principais motivos da utilização de sistemas adaptativos é a incapacidade de se prever um sinal de entrada. Se fosse possível prever qualquer tipo de alteração no sinal, incluindo sua condição de entrada, e sabendo qual o desempenho a ser aplicado, não precisaríamos de sistemas adaptativos, mas sim de sistemas “fixos” (não-adaptativos), considerados ótimos. No entanto, como tais condições são impossíveis de serem alcançadas atualmente, necessitamos de sistemas que se adaptem a essa inconstância imprevisível no sinal de entrada. Muitas vezes, através de um processo ordenado utilizando uma busca contínua à classe ótima dentre um conjunto de classes de possibilidades.

Para analisarmos melhor o funcionamento dos sistemas adaptativos na sua aplicação prática, serão abordados os conceitos de filtro adaptativo.

3.5.1. Filtros Adaptativos

Um filtro adaptativo, por ser um sistema adaptativo, é definido como um sistema variável no tempo que apresenta um mecanismo que se interage com o sistema externo com o objetivo de ajustar gradativamente seus parâmetros, de modo a operar, de acordo com algum critério especificado, de maneira ótima. Os filtros adaptativos podem ser aplicados na equalização adaptativa e na identificação de sistema, entre várias outras aplicações. Como o objetivo deste projeto é a equalização adaptativa, não será abordado a aplicação em identificação de sistema.

Basicamente os filtros adaptativos trabalham com quatro valores:

Sinal de entrada, $x[n]$, que representa o sinal distorcido que entra no filtro adaptativo;

Sinal de saída, $y[n]$, que representa o sinal corrigido que sai do filtro adaptativo;

Sinal de erro, $e[n]$, que representa o sinal de erro que sinal trabalhado está em relação ao sinal desejado;

Sinal desejado, $d[n]$, que representa o sinal que se deseja obter pelo filtro adaptativo.

De acordo com a forma que a resposta desejada é extraída, existem vários tipos de modelos que dividem a filtragem adaptativa. Dentre esses vários modelos, na filtragem adaptativa distinguem-se quatro classificações básicas de problemas passíveis das aplicações:

Identificação: extração de modelos matemáticos sobre sistemas desconhecidos para obtenção de um modelo que melhor o represente, segundo algum critério. Nesta aplicação, o sinal de entrada é o mesmo, tanto para o sistema a ser identificado como para o filtro adaptativo, assim o sistema desconhecido disponibiliza a resposta desejada para o filtro adaptativo. A identificação é representada na Figura 3.8.

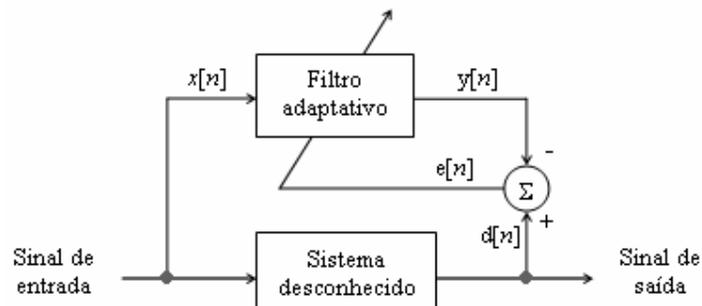


Figura 3.8 - Filtro adaptativo usado na identificação de um sistema.

Modelização inversa: tem como objetivo anular o efeito de um sistema, para isso é obtido o melhor modelo inverso que se adapte ao sistema para este fim. Para uma situação ideal o modelo inverso representa a função de transferência inversa que caracteriza o sistema. A modelização inversa é representada na Figura 3.9.

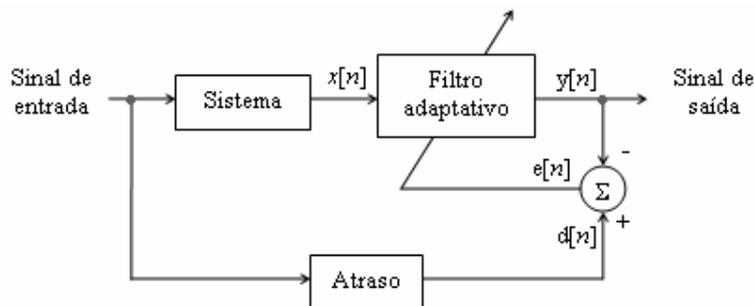


Figura 3.9 - Filtro adaptativa usado na modelização inversa.

Predição: o filtro adaptativo deverá fornecer a melhor predição, segundo algum critério, do valor de um sinal aleatório. O mesmo valor de entrada no sistema serve de resposta desejada para o filtro adaptativo. Em alguns casos pode ser usado como sinal de saída do sistema, o sinal de saída do filtro adaptativo, funcionando como preditor. Em outros casos, pode ser usado como sinal de saída do sistema o sinal de erro, funcionando como um filtro de erro de predição (*prediction-error filter*). A predição é representada na Figura 3.10.

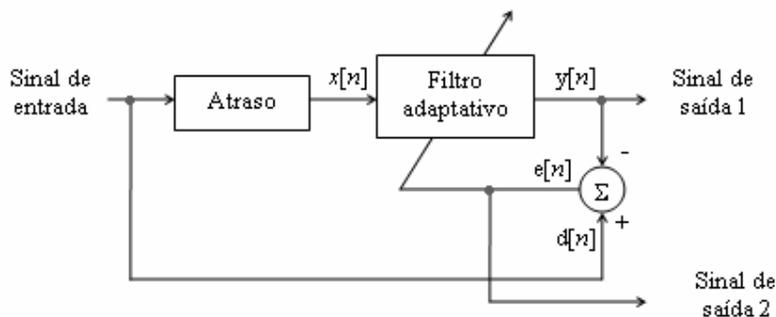


Figura 3.10 - Filtro adaptativo aplicado à predição. A saída 1 corresponde à predição do valor de entrada; A saída 2 refere-se ao erro de predição.

Cancelamento de interferências: o filtro adaptativo é usado para cancelar sinais que contaminam o sinal primário. O sinal primário é considerado como resposta desejada para o filtro adaptativo. O sinal de referência é o sinal contaminado que será usado como entrada no filtro. A Figura 3.11 representa o cancelamento de interferências.

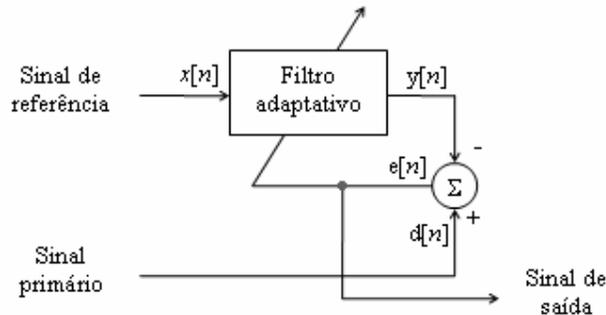


Figura 3.11 - Filtro adaptativo utilizado no cancelamento de interferências.

Pela necessidade de se conhecer os sistema a ser trabalhado, o filtro adaptativo realiza um treinamento utilizando um sinal conhecido como sinal de entrada. O filtro adaptativo é executado normalmente até que o sinal venha se estabilizar no valor desejado. Depois do treinamento são aplicados os coeficientes encontrados aos próximos sinais do sistema.

O algoritmo mais conhecido para a aplicação de filtros adaptativos e o que será aplicado neste projeto é o algoritmo LMS.

3.5.2. *Algoritmo LMS*

Um algoritmo de Média Quadrática Mínima (LMS – *Least Mean Square*) é um algoritmo de gradiente estocástico que se encontra em diversas aplicações práticas em várias áreas distintas. Este algoritmo foi desenvolvido através de um trabalho de Widrow e Hoff (1960), que também era conhecido como a Regra Delta.

O algoritmo LMS utiliza o filtro FIR com coeficientes ajustáveis de $\{h(n), 0 \leq k \leq N-1\}$ para a aplicação dos coeficientes atualizados pelo algoritmo.

$$y(n) = \sum_{k=0}^{N-1} h(k)x(n-k), \quad n = 0, \dots, M \quad (3.31)$$

Os coeficientes h do filtro FIR serão gerados para minimizar a função custo $J(h) = E\{|e(n)|^2\}$. Com isso, através de um ponto h_n podemos encontrar o ponto h_{n+1} , de tal forma que partindo de um ponto inicial h_0 qualquer, que pode iniciar com o valor zero, leve a um erro mínimo quadrático $E\{|e(n)|^2\}$. Sendo $e(n)$ definido como a diferença entre a resposta desejada $d(n)$ e a respostas atual $y(n)$. A cada interação, $y(n)$ se aproxima de $d(n)$, diminuindo assim a valor de erro $e(n)$.

$$e(n) = d(n) - y(n), \quad n = 0, \dots, M \quad (3.32)$$

O método de gradiente para minimização de uma função com sua simplicidade e seu bom desempenho, apresenta grande importância nos sistemas de comunicações. O gradiente de uma função aponta para a direção em que a função cresce mais rapidamente, com isso o seu negativo aponta para a direção onde a função decresce mais rapidamente. Com isso aplicando o método do gradiente o cálculo do ponto h_{n+1} fica expresso pela Equação 3.33

$$h_{n+1}(k) = h_n(k) - \frac{1}{2} \mu \frac{\partial J}{\partial h_n(k)} \quad (3.33)$$

onde

$$\nabla J(h) = \frac{\partial J}{\partial h_n(k)} \quad (3.34)$$

Reescrevendo a Equação 3.32 baseado na Equação 3.31 teremos

$$e(n) = d(n) - \sum_{\ell=0}^{N-1} h(\ell)x(n-\ell), \quad (3.35)$$

o que permite decompor a função de custo em:

$$J = E \left\{ \left[d(n) - \sum_{\ell_a}^{N-1} h(\ell_a)x(n-\ell_a) \right] \left[d(n) - \sum_{\ell_b}^{N-1} h(\ell_b)x(n-\ell_b) \right] \right\} \quad (3.36)$$

e

$$J = E \left\{ \left[d(n) \right]^2 - \sum_{\ell_b}^{N-1} h(\ell_b)d(n)x(n-\ell_b) - \sum_{\ell_a}^{N-1} h(\ell_a)d(n)x(n-\ell_a) + \sum_{\ell_a}^{N-1} \sum_{\ell_b}^{N-1} h(\ell_a)h(\ell_b)x(n-\ell_a)x(n-\ell_b) \right\} \quad (3.37)$$

Aplicando o gradiente da função de custo J em função dos coeficientes do filtro

$$\frac{\partial J}{\partial h_n(k)} = -E\{d(n)x(n-k)\} - E\{d(n)x(n-k)\} + \sum_{\ell=0}^{N-1} h(\ell)E\{x(n-k)x(n-\ell)\} + \sum_{\ell=0}^{N-1} h(\ell)E\{x(n-\ell)x(n-k)\}, \quad (3.38)$$

simplificando,

$$\frac{\partial J}{\partial h_n(k)} = -2E\{d(n)x(n-k)\} + 2 \sum_{\ell=0}^{N-1} h(\ell)E\{x(n-k)x(n-\ell)\}, \quad (3.39)$$

ou,

$$\frac{\partial J}{\partial h_n(k)} = -2E \left\{ x(n-k) \left[d(n) - \sum_{\ell=0}^{N-1} h_n(\ell)x(n-\ell) \right] \right\}, \quad (3.40)$$

aplicando a Equação 3.35, resulta:

$$\frac{\partial J}{\partial h_n(k)} = -2E\{x(n-k)e(n)\}, \quad (3.41)$$

a Equação 3.33 passa ser representada como

$$h_{n+1}(k) = h_n(k) + \mu E\{x(n-k)e(n)\} \quad (3.42)$$

Isso torna o algoritmo basicamente um método de gradiente determinístico no cálculo recursivo dos coeficientes (*steepest-descent*), mas com uma pequena diferença. Por utilizar o método do gradiente estocástico, o algoritmo LMS utiliza os valores instantâneos do gradiente. Com isso o cálculo recursivo dos coeficientes sofre um fenômeno chamado de *ruído de gradiente*. A Equação 3.43 reescreve a Equação 3.42.

$$\hat{h}_{n+1}(k) = \hat{h}_n(k) + \mu x(n-k)e(n), \quad 0 \leq k \leq N-1, \quad n = 0, 1, \dots \quad (3.43)$$

Devido às características do gradiente estocástico o algoritmo LMS executa um movimento aleatório em torno do ponto mínimo da *superfície de performance de erro*.

O valor μ representa o valor do passo que algoritmo vai realizar em relação ao gradiente. Se μ for muito grande o algoritmo irá convergir mais rapidamente, mas terá um erro final maior, em regime estacionário. Se μ for muito pequeno o algoritmo irá convergir mais lentamente, necessitando assim de um número maior de iterações, mas apresentando a vantagem de atingir, num regime estacionário, um erro de convergência final menor. Para se conseguir uma boa estabilidade, μ tem que está de acordo com a Equação 3.44.

$$0 < \mu < \frac{1}{10NP_x} \quad (3.44)$$

Para qual N é igual ao tamanho do filtro FIR e P_x é igual a potência do sinal de entrada, no qual pode ser expressada pela proximidade

$$P_x \approx \frac{1}{1+M} \sum_{n=0}^M x^2(n) \quad (3.45)$$

O algoritmo LMS foi desenvolvido inicialmente para trabalhar no domínio do tempo, porém foram surgindo variações que, além de permitir processar o sinal de várias maneiras no domínio do tempo, permite também que o sinal seja processado no domínio da frequência. Dentre várias variações, será destacado o algoritmo LMS no domínio da frequência.

Algoritmo LMS no domínio da frequência

O algoritmo LMS no domínio da frequência apresenta praticamente as mesmas funcionalidades que no domínio do tempo. Porém o algoritmo LMS no domínio da frequência apresenta algumas vantagens com relação ao algoritmo LMS no domínio do tempo. O algoritmo LMS no domínio do tempo apresenta uma complexidade computacional elevada. Uma das opções de contornar esse problema seria a utilização de filtragem adaptativa no domínio da frequência (FDAF).

Como já vimos anteriormente, existem ferramentas que nos possibilita transformar um sinal no domínio do tempo para o domínio da frequência, e fazer a sua transformada inversa, transformando o sinal do domínio da frequência para o domínio do tempo numa reconstrução perfeita. Esse recurso nos permite adaptar todo o algoritmo LMS no domínio do tempo para o domínio da frequência.

O algoritmo LMS rápido, assim chamado por proporcionar um algoritmo eficiente do ponto de vista computacional para a realização de filtragem FIR adaptativa com memória longa, é baseado na filtragem adaptativa por blocos. [Fernandes, G. 2002]

O algoritmo LMS rápido tem um limite de estabilidade mais curto do que o algoritmo tradicional, portanto ele apresenta uma estimativa do gradiente mais precisa, precisão esta que aumenta com o tamanho do bloco.

No próximo capítulo será apresentado como este projeto foi implementado, o qual envolve os conceitos de filtros adaptativos utilizando o algoritmo LMS.

CAPÍTULO 4 – IMPLEMENTAÇÃO

4.1. ESCOLHA DO ALGORITMO LMS

O algoritmo LMS é uma ferramenta bastante usada na filtragem de sinais por apresentar a vantagem de ser um algoritmo que pode trabalhar com um sinal desconhecido, o que permite trabalhar com sinais de áudio, que são sinais aleatórios que não podem ser desenvolvidas médias estatísticas dos sinais. Essa e outras vantagens permitiram a escolha do algoritmo LMS para este projeto e serão apresentadas a seguir.

Existem basicamente três características num algoritmo de um filtro adaptativo que devem ser observadas:

A velocidade de convergência e precisão: representa o número de interações que são necessárias para a obtenção do valor desejado numa precisão aceitável. Quanto menor for o número de interação para este objetivo, mais rápido o sistema adaptativo convergirá para o valor desejado. A precisão do algoritmo representa a margem de erro que o filtro adaptativo terá no final de sua operação. Quanto menor for a margem de erro, mais preciso será o filtro adaptativo.

A complexidade numérica: é dada pelo número de operações a serem realizadas para completar uma iteração do algoritmo. Quanto maior for a quantidade de cálculos realizados por um algoritmo, mais complexo será esse algoritmo, requerendo assim, mais capacidade de processamento, e até de memória, de um sistema computacional.

A estabilidade da estrutura e algoritmo: a instabilidade numérica de um filtro adaptativo é gerada devido a acumulação de erros de quantificação que podem impedir que o algoritmo chegue a uma situação ideal. A instabilidade de um filtro adaptativo

pode ser aceita de acordo com o tipo de aplicação que ele for usado. De uma maneira geral, a instabilidade pode aproximar o algoritmo a uma resposta desejada, mas também pode impedir que o algoritmo se iguale a essa resposta desejada.

Existem dois tipos de algoritmos para sinais desconhecidos, que não apresentam médias estatísticas: o algoritmo Recursivo de Mínimos Quadrados (RLS – *Recursive Least Squares*) e o algoritmo do Gradiente Estocástico (LMS – *Least Mean Square*).

Uma grande vantagem do algoritmo LMS é o fato dele apresentar um comportamento, na presença de um ambiente não estacionário, melhor que o algoritmo RLS. [Marques]

Os algoritmos baseados no RLS têm uma velocidade de convergência superior aos algoritmos baseados no LMS. Porém essa maior velocidade é conseguida através da complexidade computacional muito superior exigindo uma quantidade de cálculos que cresce quadraticamente com o número de coeficientes a serem atualizados. Contudo, o algoritmo LMS apresenta um baixo nível de complexidade em relação ao RLS permitindo a sua aplicação em sistemas computacionais mais simples.

A Tabela 4.1 demonstra a complexidade numérica dos algoritmos LMS e RLS.

Tabela 4.1 - Complexidade numérica dos principais algoritmos de adaptação. Refere-se a uma estrutura FIR de ordem N e inclui o processamento do filtro.

algoritmo	multiplicações / divisões	somas / subtrações	número total de operações
LMS	$2N$	$2N$	$4N+3$
RLS	$3N^2+11N+8$	$2N^2+6N+4$	$5N^2+17N+12$

4.2. LMS NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA

Para este projeto, foi escolhida uma variação do algoritmo LMS que corresponde a uma implementação no domínio da frequência. Uma das vantagens da filtragem adaptativa no domínio da frequência para os sinais de áudio é sua fácil análise. De acordo com que vimos no segundo capítulo deste trabalho, as três variáveis físicas que caracterizam o som são: frequência, intensidade e timbre. Todas estas características são bem percebidas, quando o sinal sonoro é analisado no domínio da frequência. Porém, o principal motivo da utilização do algoritmo LMS no domínio da frequência é dado a sua baixa complexidade, demonstrando ser um algoritmo mais eficiente do ponto de vista computacional, com relação ao algoritmo no domínio do tempo.

O tipo de filtragem adaptativa implementada neste trabalho é entendido como a mistura de um Modelo de Identificação com a Modelização Inversa. Sendo todas as suas variáveis representadas no domínio da frequência, o filtro adaptativo irá trabalhar, não com convolução, como ocorre com o algoritmo no domínio do tempo, e nem com produto, como seria por está no domínio da frequência, mas sim com incrementos e decrementos nos níveis (parâmetros) do equalizador gráfico digital de 24 bandas. É mais conveniente trabalhar com adição do que com produto. Com isso, para que haja esse incremento ou decremento nos níveis do equalizador, as suas grandezas são trabalhadas em escala logarítmica.

Com a utilização de um equalizador digital de 24 bandas, o índice k em $Y_{dB}(k)$, $X_{dB}(k)$, $H_{dB}(k)$, $E_{dB}(k)$ e $D_{dB}(k)$ representa uma das 24 bandas que serão equalizadas. $Y_{dB}(k)$, neste equalizador, representa o sinal de saída para o sistema sonoro³, $X_{dB}(k)$ representa o sinal de entrada no filtro adaptativo, $H_{dB}(k)$ representa os coeficientes do

³ Para o contexto deste trabalho, sistema sonoro representa o conjunto: amplificador e caixa de som.

filtro adaptativo, $E_{dB}(k)$ representa o erro do sinal desejado com o sinal de saída, contudo $D_{dB}(k)$, neste trabalho, apresenta um caso especial que será explicado mais a frente. Para este trabalho, os sinais na escala logarítmica são representados por dB , que significa decibel.

A Figura 4.1 representa o Equalizador Automático de Áudio.

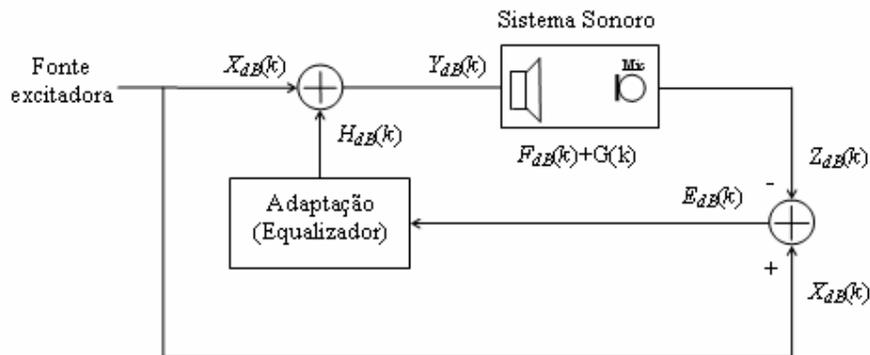


Figura 4.1- Modelo da filtragem adaptativa usada no algoritmo proposto.

O objetivo do Equalizador Automático de Áudio é comparar o sinal de entrada no sistema sonoro com o sinal de saída, que representa a soma do sinal de entrada com as distorções do sistema sonoro e o seu ganho $G(k)$. Contudo, como é demonstrado na Figura 4.1, o sinal desejado $D_{dB}(k)$ é igual ao sinal de entrada $X_{dB}(k)$ por se querer, como espectro desejado, uma relação *flat* entre eles, isto é, $X_{dB}(k) - Z_{dB}(k)$ assume para todas as bandas o valor constante de 0 dB.

Transformando o algoritmo LMS no domínio do tempo para o domínio da frequência, os coeficientes do algoritmo LMS serão os ganhos $|H(e^{j\Omega})|$, função de Ω .

$$|Y(e^{j\Omega})| = |X(e^{j\Omega})| |H(e^{j\Omega})| \quad (4.1)$$

Transformando a Equação 4.1 para a escala logarítmica, fica:

$$20\log|Y(e^{j\Omega})| = 20\log|X(e^{j\Omega})H(e^{j\Omega})|, \quad (4.2)$$

ou

$$20\log|Y(e^{j\Omega})| = 20\log|X(e^{j\Omega})| + 20\log|H(e^{j\Omega})| \quad (4.3)$$

Aplicando as representações usada no algoritmo do sistema proposto, a Equação 4.3 passa ser representada por

$$Y_{dB}(k) = X_{dB}(k) + H_{dB}(k) \quad (4.4)$$

Contudo, ao passar pelo sistema sonoro, o sinal $Y_{dB}(k)$ sofre uma alteração pelo sinal de distorção do sistema, representado por $F_{dB}(k)$ mais o ganho $G(k)$ (volume do sistema sonoro dado em dB e constante em todas as frequências). Sendo $Z_{dB}(k)$ o sinal em dB distorcido e k representando uma das 24 bandas do equalizador.

$$Z_{dB}(k) = Y_{dB}(k) + F_{dB}(k) + G(k) \quad (4.5)$$

O sinal de erro em dB será dado pela Equação 4.6

$$E_{dB}(k) = X_{dB}(k) - Z_{dB}(k) \quad (4.6)$$

No entanto a principal função que representa o algoritmo LMS, não sofreu muita alteração, sendo expressa pela Equação 4.7.

$$H_{dB(n+1)}(k) = H_{dB_n}(k) + \mu E_{dB}(k) \quad (4.7)$$

Para um trabalho mais adequado do algoritmo, o sinal de entrada é separado em blocos que permite que os coeficientes do algoritmo LMS sejam recalculados em cada

iteração e mantidos fixos durante o processamento de um bloco do sinal. Cada bloco representa uma interação n .

4.2.1. Implementação do Algoritmo

A Figura 4.2 representa o sistema que receberá uma fonte externa de ruído que passará pelo *Equalizador* e será projetada pelo sistema sonoro, onde sofrerá uma distorção, e depois de ser captado, o sinal recebido entrará num processo de *cálculo de novos parâmetros de equalização* onde serão gerados os coeficientes do filtro adaptativo por banda. Estes coeficientes serão enviados para o *Equalizador* onde será efetuada a equalização do sinal de áudio.

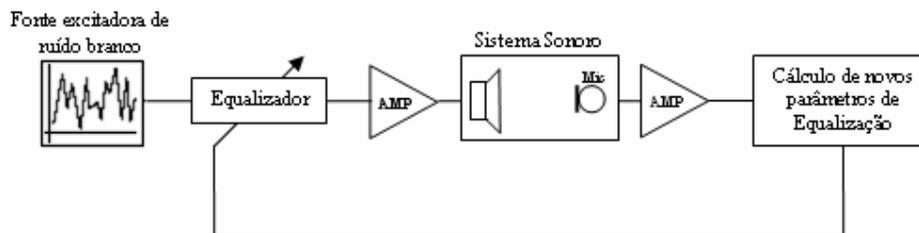


Figura 4.2 – Esquema de excitação por ruído branco.

O ruído branco se mostra mais acessível para o estudo do comportamento do Equalizador Automático de Áudio por ter uma resposta plana em todo o espectro, como foi explicado no capítulo 2, item 2.4.2.1.

O cálculo de novos parâmetros de equalização tem como objetivo minimizar o erro médio quadrático entre a resposta do sistema sonoro e a resposta *flat* desejada. Cada passo que o compõem é mostrado na Figura 4.3 e descrito a seguir:

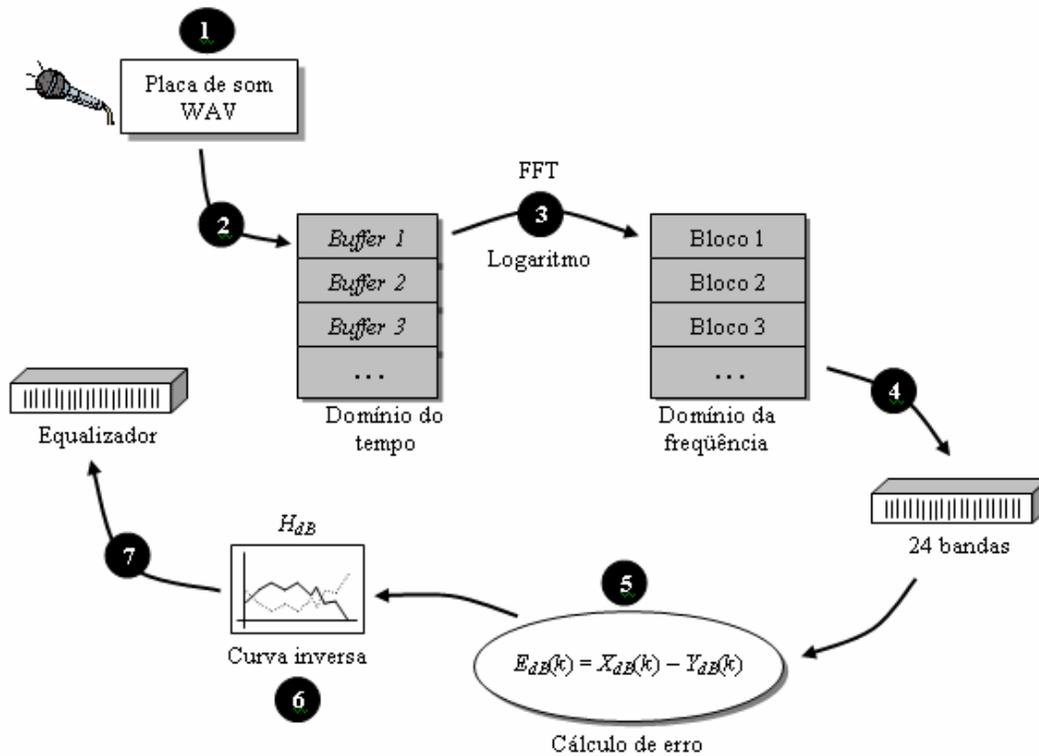


Figura 4.3 - Cálculo de novos parâmetros de equalização.

1. O sinal é recebido pela placa do som, onde é digitalizado e gravado para que possa ser trabalhado pelo filtro adaptativo.
2. O sinal é dividido em blocos que são denominados *buffers*, para o melhor desempenho do sistema e definir as iterações feitas pelo filtro adaptativo.
3. É aplicada a transformada de Fourier no sinal captado para transformar a representação do sinal no domínio do tempo para o domínio da frequência. No qual será convertido para a escala logarítmica.
4. O sinal no domínio da frequência é distribuído nas 24 bandas do equalizador digital.
5. É identificado o erro quadrático médio de $E_{dB}(k)$, para que seja aplicado na obtenção de um novo coeficiente $H_{dB}(k)$ do filtro adaptativo.

6. Com base nos resultados de $E_{dB}(k)$, é gerada uma nova curva de equalização inversa às distorções do sistema sonoro definidas pela Equação 4.8.

$$Distorção = F_{dB}(k) + G(k) \quad (4.8)$$

7. Envio da nova curva à entrada do sistema.

O Equalizador Automático de Áudio utiliza um protocolo de funcionamento definido em duas etapas: treinamento e equalização.

No treinamento é utilizado, como sinal de entrada, um sinal de treinamento onde é feita a filtragem adaptativa do sinal para a obtenção dos coeficientes para serem aplicados. Este algoritmo permite que o sinal de treinamento não se limite somente ao ruído branco, podendo ser utilizado até mesmo um sinal de música. O treinamento é a primeira etapa a ser realizada pelo Equalizador Automático de Áudio onde é executado o algoritmo LMS.

Em seguida é ativado o processo de equalização em que é aplicado os coeficientes gerado pela etapa de treinamento. Como já vimos, estes coeficientes representam o modelo inverso para a correção do sinal de acordo com o que foi percebido pelo algoritmo no treinamento. Nesta etapa, o Equalizador Automático de Áudio fica liberado para receber qualquer tipo de sinal.

4.2.2. Implementação em MATLAB

A utilização do MATLAB para a simulação do Equalizador Automático de Áudio é de suma importância para entendemos e observarmos o funcionamento do algoritmo.

Devido à complexidade em sincronizar um sistema a outro, não foi possível implementar esse algoritmo utilizando a captação do sinal de áudio do sistema sonoro pelo microfone. Contudo, utilizando um ruído gravado $x(n)$ e simulando a distorção de um sistema sonoro $F_{dB}(k)$ junto com o volume G dado a ele, possibilitou a implementação do algoritmo proposto no MATLAB, e assim obter os resultados da simulação.

Como já foi dito, na simulação em MATLAB, foram gerados valores para um sistema sonoro através de níveis de distorções hipotético em dB e dado um valor de ganho constante também hipotético de 3 dB para todas as bandas. Estes valores são demonstrados na Figura 4.4. Visto isso, o algoritmo proposto é então executado com o intuito de identificar essa distorção e aplicar um modelo inverso para corrigi-la, resultando no valor de 0dB para todas as bandas, cujo qual, como vimos anteriormente, representa a resposta *flat* desejada pelo filtro adaptativo.

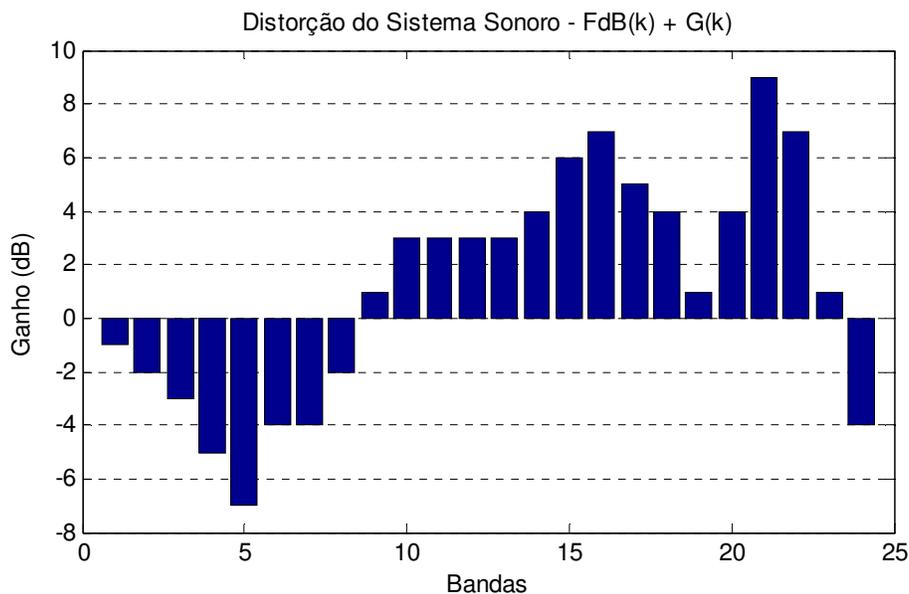


Figura 4.4 - Níveis de distorção do sistema sonoro.

A Figura 4.6 representa o sinal resultante da distorção $F_{dB}(k)+G(k)$ incrementada ao sinal de entrada $X_{dB}(k)$, que é um ruído branco representado pela Figura 4.5.

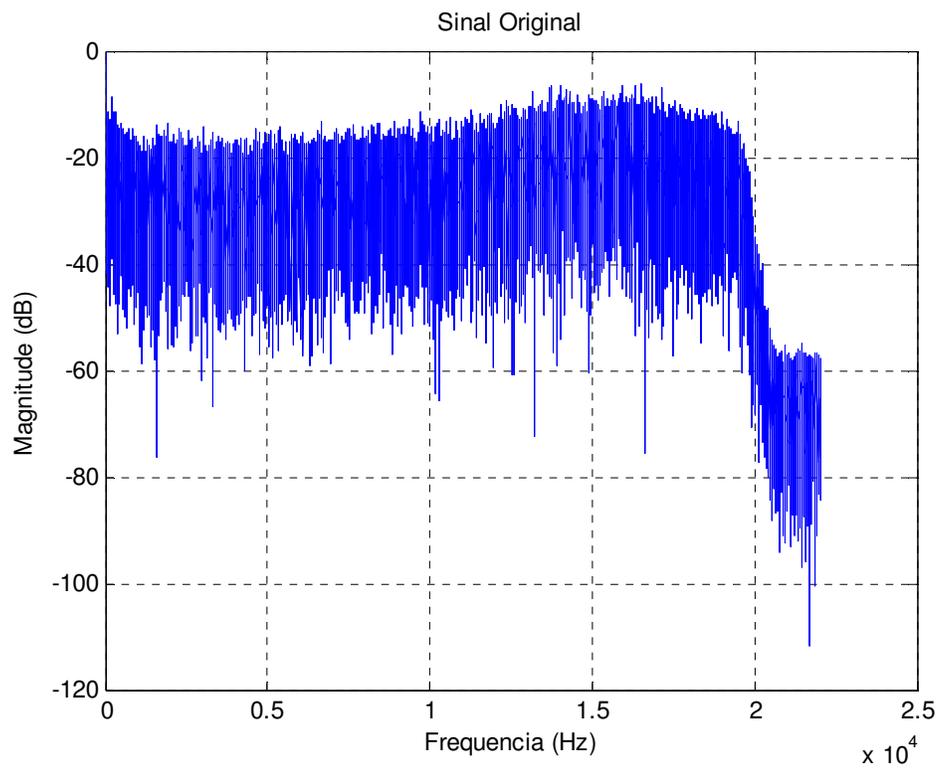


Figura 4.5 – Ruído Branco no domínio da frequência.

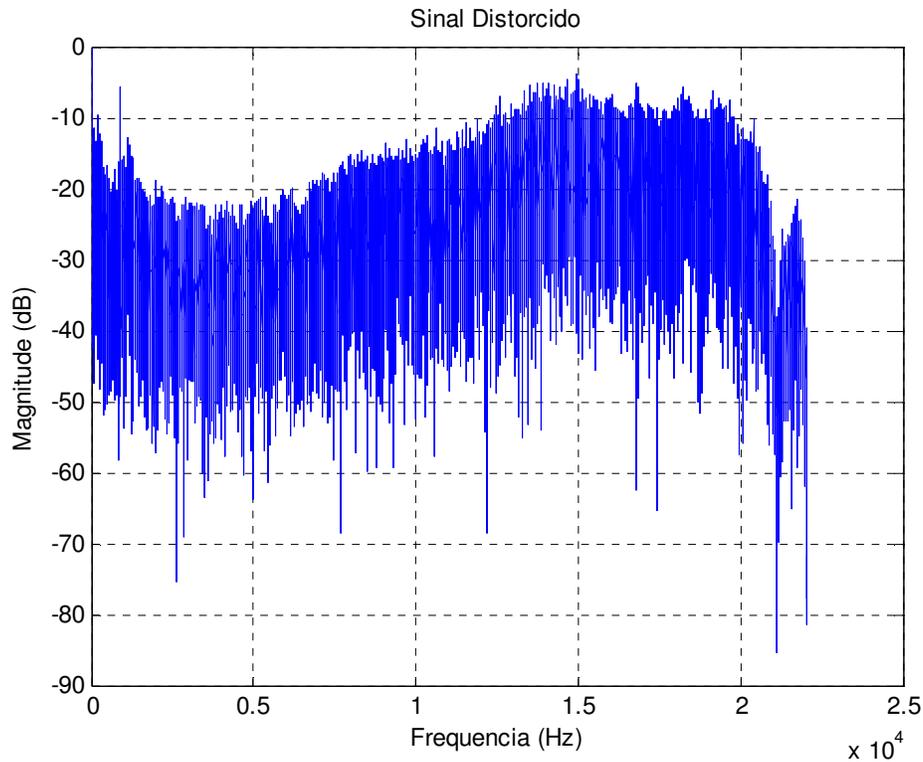


Figura 4.6 - Ruído Branco distorcido pelo Sistema Sonoro no domínio da frequência.

Na Figura 4.6 é visível um ganho menor nas frequências em torno de 5000 Hz mais baixas e um ganho maior nas frequências em torno de 15000 Hz.

É importante enfatizar que o equalizador iniciará, representando a primeira passagem pelo equalizador sem sofrer alteração, com valores iniciais de coeficientes $H_{AB}(k)$ iguais a zero. À medida que o número de iterações vai elevando, os coeficientes vão se atualizando de modo a procurar a estabilidade no valor desejado.

Como vimos anteriormente, o objetivo dos coeficientes do filtro adaptativo é encontrar o modelo inverso do sinal de distorção mais o ganho. Com isso, a implementação do algoritmo conseguiu obter a resposta desejada, gerando um gráfico representado pela Figura 4.7 que mostra exatamente o inverso da Figura 4.4, cuja qual expressa a distorção do sistema sonoro.

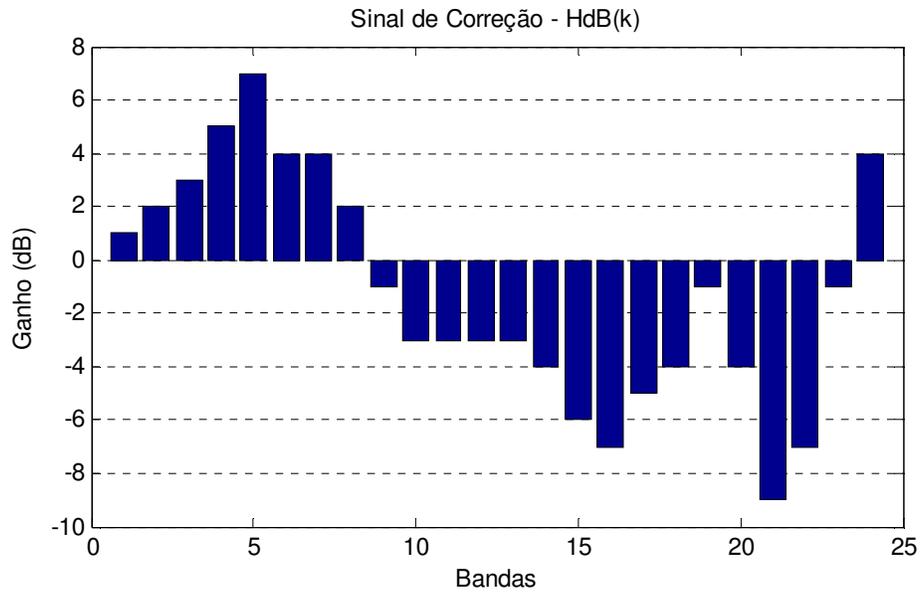


Figura 4.7 - Sinal de correção $H_{dB}(k)$ da distorção $F_{dB}(k) + G(k)$.

A aplicação dos coeficientes do filtro adaptativo ao sinal distorcido $Y_{dB}(k)$ proporciona a anulação dos efeitos causados pelo sistema sonoro. Isso implica na equalização do sinal, como era de fato a intenção.

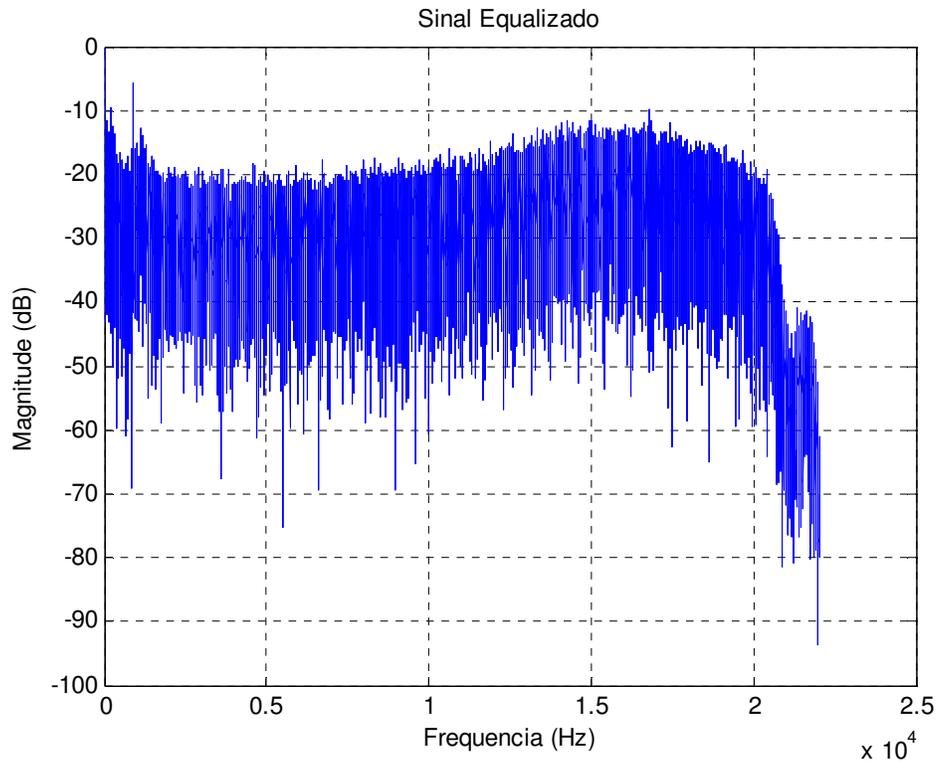


Figura 4.8 - Sinal de Áudio Distorcido e Equalizado no domínio da frequência.

A Figura 4.8 mostra o sinal $Y_{dB}(k)$ equalizado pelo algoritmo implementado. É notório o aumento do ganho que o novo sinal sofreu nas frequências em torno de 5000Hz e a redução do ganho nas frequências em torno de 15000Hz. Percebe-se que o sinal equalizado não ficou exatamente igual ao sinal original, mas se aproximou bastante. Porém, pela pequena instabilidade do algoritmo LMS, essa variação está dentro do previsto.

O conceito de plano é corrigir os efeitos das distorções, ou seja,

1. Sem correção

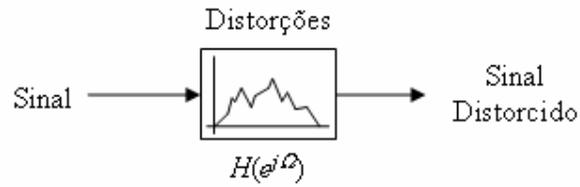


Figura 4.9 - Distorções aplicada ao sinal.

2. Com correção

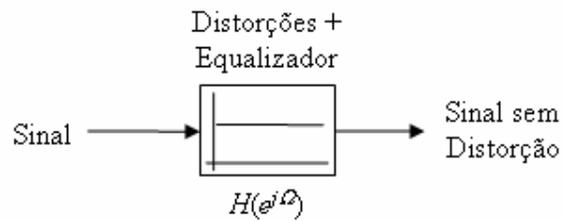


Figura 4.10 – Resposta plana em frequência gerada pelas distorções mais equalizações.

Olhando os sinais no domínio do tempo conseguimos perceber também os efeitos das distorções e equalização de um quadro de 48 amostras, como é demonstrado nas Figuras 4.11.

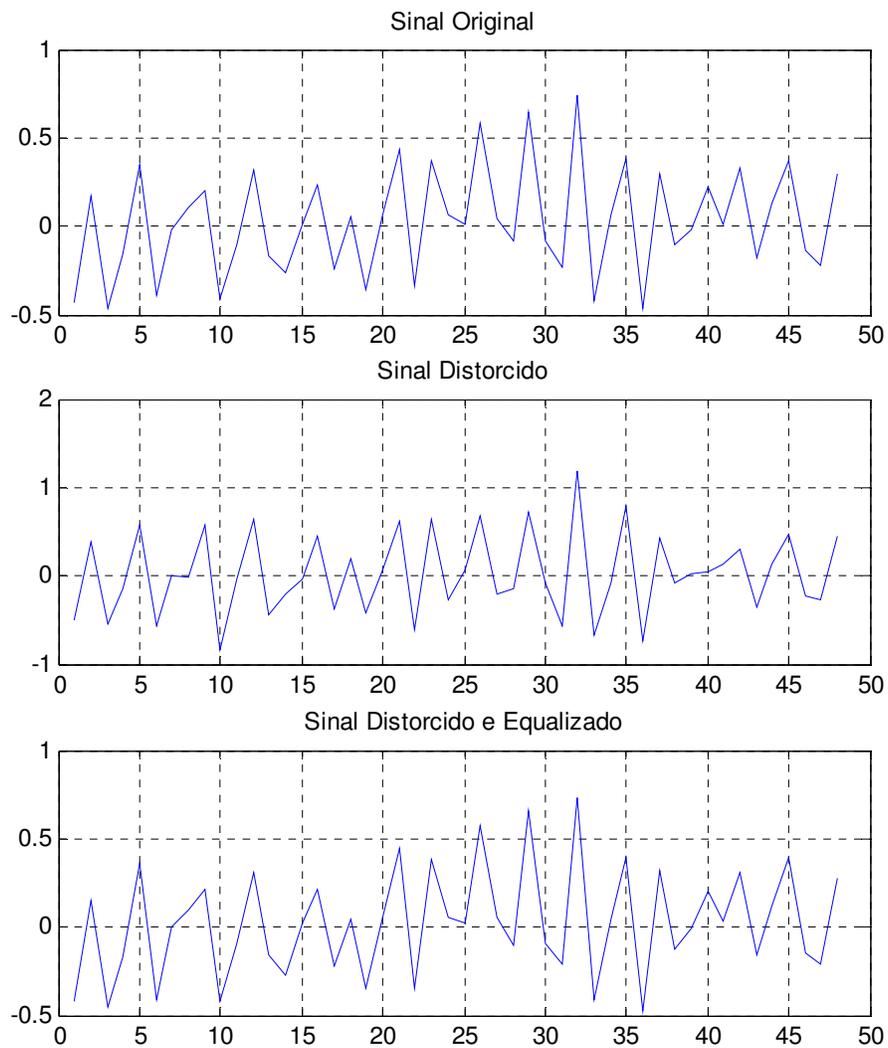


Figura 4.11 – Sinal original, distorcido e equalizado no domínio do tempo.

É perceptível a diferença entre o sinal distorcido e o sinal equalizado quando observamos a Figura 4.11, assim como também é visível a semelhança entre o sinal equalizado e o sinal original.

CAPÍTULO 5 - CONCLUSÃO

Vimos neste trabalho um estudo sobre sons voltado a parâmetros importantes na equalização, além do estudo realizado sobre análise e processamento de sinais. Percebemos, na ênfase a sistemas adaptativos, a importância para o avanço tecnológico dos filtros adaptativos. Os filtros adaptativos, com destaque no algoritmo LMS, como foi demonstrado neste trabalho, representam uma ferramenta útil ao trabalho humano, permitindo a sua interação com elementos da natureza para obtenção de resultados importante a várias aplicações.

A equalização aplicada neste trabalho demonstrou ser uma ferramenta que realmente pode auxiliar um operador de som no desempenho de sua função. Percebemos, através dos gráficos gerados pelo equalizador, como funciona um processo de equalização. E como vimos no capítulo 3, os filtros adaptativos são baseados nas interações da natureza com respeito às variações que ela sofre. Concluímos que, o equalizador implementado opera de forma parecida à maneira que um operador de som equaliza o som.

Os resultados obtidos neste trabalho foram de acordo com o esperado. Apesar da simplicidade do algoritmo proposto, o conceito de LMS requer um profundo conhecimento em processamento de sinais com destaque a sistemas adaptativos. Seu desenvolvimento envolve um complexo conceito matemático.

As aplicações dos filtros adaptativos envolvem várias áreas na engenharia. Este trabalho foi mais um exemplo destas aplicações, principalmente quando se utiliza o algoritmo LMS.

Este projeto apresenta bastante utilidade na área de tratamento de áudio, auxiliando bastante na melhoria da qualidade do som em auditórios, igrejas e salões.

Dentro do tema abordado neste trabalho e o leque de implementações que os sistemas adaptativos nos proporcionam, ficam várias opções de projetos trabalhos que podem ser desenvolvidos.

Para trabalhos futuros, fica como sugestão o trabalho com sincronização, para que o equalizador possa atuar de maneira dinâmica ao som ambiente.

Como este trabalho foi desenvolvido em MATLAB, fica como outra sugestão, a implementação deste em outras linguagens, como C ou JAVA. Entretanto, a implementação deste equalizador, em tempo real, em hardware utilizando DSP é mais uma sugestão interessante.

O desenvolvimento de técnicas para o aperfeiçoamento do equalizador adaptativo é também uma boa sugestão, podendo até utilizar conceitos de inteligência artificial como rede neural e lógica fuzzy.

BIBLIOGRAFIA

[Ambardar 1999] – AMBARDAR, Ashok, **Analog and digital signal processing**, 2ª ed., Editora Thomson-Engineering, 1999.

[Fernandes 2005] – FERNANDES, João Candido., **Acústica e Ruídos**, 2005.

[Fernandes, G. 2002] – FERNANDES, Gabriel Falcão Paiva., **Implementação em DSP de um sistema “Real-Time Analyzer” aplicado à equalização adaptativa**, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 2002.

[Girod 2003] – GIROD, Bernd., RABENSTEIN, Rudolf., STENGER, Alexander., **Sinais e Sistemas**, Editora LTC, 2003.

[Hanselman 2003] – HANSELMAN, Duane., LITTLEFIELD, Bruce., **MATLAB 6: curso completo**, Editora Prentice Hall, 2003.

[Haykin 2001] – HAYKIN, Simon., VEEN, Barry Van., **Sinais e Sistemas**, Editora Bookman, 2001.

[Herrera] – HERRERA, Christian Gonçalves., **Modulação Sigma Delta em Áudio**, Programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Minas Gerais.

[Ingle 1999] – INGLE, Vinay K., PROAKIS, John G., **Digital signal processing using MATLAB**, Editora Thomson-Engineering, 2000.

[Lazzarini 1998] – LAZZARINI, Victor., **Elementos de Acústica**, 1998.

[Lourie 2002] – LOURTIE, Isabel M. G., **Sinais e Sistemas**, Escolar Editora, 2002

[Marques] – MARQUES, Paulo Alexandre C., **Introdução à Filtragem Adaptativa**, Engenharia Informática e de Computadores, Instituto Superior de Engenharia de Lisboa.

[Noceti 2002] – FILHO, Sidnei N., **Fundamentos sobre Ruídos**, Revista Backstage, vol. 8, Março de 2002.

[Tipler 2000] – TIPLER, Paul A., **Física – Mecânica, Oscilações e Ondas, Termodinâmica**, Volume 1, 4ª Edição, Editora LTC, 2000.

[Widrow 1985] – WIDROW, Bernard., STEARNS, Samuel D., **Adaptive signal processing**, Prince-Hall signal processing series, Prentice-Hall, 1985.

[Young 2003] – YOUNG, Hugh D., FREEDMAN, Roger A., **Física II: Termodinâmica e ondas**, 10ª Ed., Editora Pearson Education, 2003.

APÊNDICE

Código utilizado no MATLAB para realização deste projeto

Arquivo Equalizador_Automatico_Audio.m

```
%=====
%Equalizador Automatico de Audio
%=====

clear all

% Ruído para treinamento
%[x,Fs] = wavread('C:\Jonatas\ruido_16_bits_8K.wav');

Fs = 44100;
load Ruido_Branco;
x = Ruido_Branco;
M = length(x);

Sinal_Original = x;
Sinal_Distorcido = [];
Sinal_Equalizado = [];

Tam_Quadro = 48;

% Resposta da sala em dB (hipotético).
FdB = [-4, -5, -6, -8, -10, -7, -7, -5, -2, 0, ...
       0, 0, 0, 1, 3, 4, 2, 1, -2, 1, 6, 4, -2, -7];

% Volume em dB (hipotético).
G = 3 * ones(1,24);

%=====
% Executa Equalização Adaptativa (LMS)
%=====

Indice_x = 1;

% Inicialização dos Ganhos do Equalizador.
HdB = zeros(1,24);

% Parametro do LMS - Valor do passo.
mi = 0.1;

while (Indice_x <= (length(x) - Tam_Quadro + 1)),
```

```

% Coloca o sinal em quadro de 48 amostras.
if (Indice_x <= (length(x) - Tam_Quadro + 1))
    Buffer(1:Tam_Quadro) = x(Indice_x:(Indice_x + Tam_Quadro - 1));
else
    for m = 0:(length(x) - Indice_x)
        Buffer(1 + m) = x(Indice_x + m);
    end;
    for m = (length(x)-Indice_x + 1):(Tam_Quadro - 1)
        Buffer(1 + m) = 0;
    end;
end;

XdB = 20*log10(abs(fft(Buffer,48))); % 48 pois pega tanto a parte pos como neg do
espectro.

% Equalização do sinal.
for a = 1:24
    YdB(a) = XdB(a) + HdB(a);
end;

% Sinal equalizado sob efeito da resposta da sala e volume.
for a = 1:24
    ZdB(a) = YdB(a) + FdB(a) + G(a);
end;

% Calculo do Erro.
for a = 1:24
    EdB(a) = XdB(a) - ZdB(a);
end;

% Atualização dos Pesos.
for a = 1:24
    HdB(a) = HdB(a) + mi*EdB(a);
end;

Indice_x = Indice_x + Tam_Quadro;

end;

%=====
% Gera o sinal distorcido
%=====

%[x,Fs] = wavread('C:\Jonatas\teste.wav');

Indice_x = 1;

% Divisao do sinal em quadros.
while (Indice_x <= (length(x) - Tam_Quadro + 1)),

```

```

% Coloca o sinal em quadro de 48 amostras.
if (Indice_x <= (length(x) - Tam_Quadro + 1))
    Buffer(1:Tam_Quadro) = x(Indice_x:(Indice_x + Tam_Quadro - 1));
else
    for m = 0:(length(x) - Indice_x)
        Buffer(1 + m) = x(Indice_x + m);
    end;
    for m = (length(x)-Indice_x + 1):(Tam_Quadro - 1)
        Buffer(1 + m) = 0;
    end;
end;

% Transforma o sinal para o dominio da frequencia.
fft_X = fft(Buffer,48);

% Coloca o sinal da escala logaritmica.
X_dB = 20*log10(abs(fft_X));

% Distorcao do sinal pelas resposta do sistema sonoro e ganho.
for a = 1:24
    Y_dB(a) = X_dB(a) + FdB(a) + G(a);
    mod_Y(a) = 10.^(Y_dB(a)/20);
end;

% Transforma o valores em numeros complexos.
for a = 1:24
    X(a) = mod_Y(a).*exp(j*fase(fft_X(a)));
end;

% Transforma no sinal para o dominio do tempo.
Buffer = IFFTSaidaReal(X.);
Buffer = real(Buffer.);

% Concatena os quadros do sinal.
Sinal_Distorcido = [Sinal_Distorcido Buffer];

Indice_x = Indice_x + Tam_Quadro;

end;

%=====
% Equalizacao de Sinal de Audio
%=====

Indice_x = 1;

% Divisao do sinal em quadros.
while (Indice_x <= (length(x) - Tam_Quadro + 1)),

```

```

if (Indice_x <= (length(x) - Tam_Quadro + 1))
    Buffer_2(1:Tam_Quadro) = x(Indice_x:(Indice_x + Tam_Quadro - 1));
else
    for m = 0:(length(x) - Indice_x)
        Buffer_2(1 + m) = x(Indice_x + m);
    end;
    for m = (length(x)-Indice_x + 1):(Tam_Quadro - 1)
        Buffer_2(1 + m) = 0;
    end;
end;

fft_X = fft(Buffer_2,48);
X_dB = 20*log10(abs(fft_X));

% Distorçao do sinal pelas resposta do sistema sonoro e ganho
for a = 1:24
    X_dB(a) = X_dB(a) + FdB(a) + G(a);
end;

% Equaliza o sinal de audio
for a = 1:24
    Y_dB(a) = X_dB(a) + HdB(a);
    mod_Y(a) = 10.^(Y_dB(a)/20);
end;

for a = 1:24
    X(a) = mod_Y(a).*exp(j*fase(fft_X(a)));
end;

Buffer_2 = IFFTSaidaReal(X.);
Buffer_2 = real(Buffer_2.);

Sinal_Equalizado = [Sinal_Equalizado Buffer_2];
Indice_x = Indice_x + Tam_Quadro;
end;

%=====
%Geraçao de Graficos
%=====

Indice_x = 1;

% Grafico no dominio da frequencia.
figure(1);EspectroLog_Pos(Sinal_Distorcido',44100)
title('Sinal Distorcido');
figure(2);EspectroLog_Pos(Sinal_Equalizado',44100)
title('Sinal Equalizado');
figure(3);EspectroLog_Pos(x,44100)
title('Sinal Original');pause;

```

```

% Grafico para dominio do tempo.
while (Indice_x <= (length(x) - Tam_Quadro + 1)),

    % Sinal Original
    figure(1);plot(Sinal_Original(Indice_x:(Indice_x + 47)));
    % Sinal Distorcido
    figure(2);plot(Sinal_Distorcido(Indice_x:(Indice_x + 47)));
    % Sinal Distorcido e Equalizado
    figure(3);plot(Sinal_Equalizado(Indice_x:(Indice_x + 47)));pause

    Indice_x = Indice_x + Tam_Quadro;

end;

% Escuta do sinal equalizado

soundsc(Sinal_Distorcido,Fs); pause;
soundsc(Sinal_Equalizado,Fs); pause;
soundsc(x,Fs);

```

Arquivo fase.m

```
function y=fase(Complexo)

% Função que calcula a fase do complexo.
% Obs: Tera sempre como resposta um valor entre 0 e 2*pi (0 e 360)

NumLin=size(Complexo,1);
NumCol=size(Complexo,2);

for m=1:NumLin
    for n=1:NumCol
        b=imag(Complexo(m,n));
        a=real(Complexo(m,n));
        if ((a>0)&(b>=0))                % Quadrante 1 [0,90).
            y(m,n)=asin(b/abs(Complexo(m,n)));
        elseif ((a<=0)&(b>0))           % Quadrante 2 [90,180).
            y(m,n)=(pi-asin(b/abs(Complexo(m,n))));
        elseif ((a<0)&(b<=0))           % Quadrante 3 [180,270).
            y(m,n)=(pi-(asin(b/abs(Complexo(m,n))));
        elseif ((a>=0)&(b<0))           % Quadrante 4 [270,360).
            y(m,n)=(2*pi+(asin(b/abs(Complexo(m,n))));
        else
            y(m,n)=0;                    % No centro.
        end;
    end;
end
end
% Versão 12/10/02.
```

Arquivo EspectroLog_Pos.m

```
function Espectro=EspectroLog_Pos(x,Fs)
%Plota o Espectro do Sinal

X=fft(x');
N=length(X);
Nn=floor(N/2);
EspectrNeg=X(Nn+2:end);
EspectrPos=X(1:Nn+1);
Espectr=[EspectrNeg EspectrPos];
Espectr=abs(Espectr);
Espectr=20*log10(Espectr/max(Espectr));
Deltaf=Fs/N;
f=(-Deltaf*length(EspectrNeg)):Deltaf:(Deltaf*(length(EspectrPos)-1));

%semilogy(abs(f),Espectr)
plot(abs(f),Espectr)
grid on
xlabel('Frequencia (Hz)')
ylabel('Magnitude (dB)')
```

Arquivo IFFTSaidaReal.m

```
function Saida=IFFTSaidaReal(Entrada)

% Função realiza IFFT com saída real a cada coluna da "Entrada", onde:
%
% Entrada : Matriz de entrada complexa.
%
% y=IFFTSaidaReal(Entrada)

N=size(Entrada,1);
NumCol=size(Entrada,2);
N2=2*N;

for n=1:NumCol
    for m=1
        NovaEntr(m,n)=real(Entrada(1,n));
    end;
    for m=2:(N)
        NovaEntr(m,n)=Entrada(m,n);
    end;
    for m=N+1
        NovaEntr(m,n)=imag(Entrada(1,n));
    end;
    for m=(N+2):(N2)
        NovaEntr(m,n)=conj(Entrada((N2+2-m),n));
    end;
end;
NovaEntr;
Saida=ifft(NovaEntr);
% Versao 20/06/02.
```