



CENTRO UNIVERSITÁRIO DE BRASÍLIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO STRICTO SENSO EM PSICOLOGIA

MAURO FORLAN DUARTE CAMPOS

**A MATEMÁTICA NA VIDA COTIDIANA: UM ESTUDO SOBRE O
MODO DE OPERAÇÃO COM CONCEITOS MATEMÁTICOS NO
OFÍCIO DO AZULEJISTA**

**Brasília
2017**

MAURO FORLAN DUARTE CAMPOS

**A MATEMÁTICA NA VIDA COTIDIANA: UM ESTUDO SOBRE O
MODO DE OPERAÇÃO COM CONCEITOS MATEMÁTICOS NO
OFÍCIO DO AZULEJISTA**

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado em Psicologia do Centro Universitário de Brasília – UniCeub como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Psicologia – Linha de pesquisa: Psicologia e Educação, sob a orientação da Prof^a. Dr^a. Ingrid Lilian Fuhr.

Brasília

2017

MAURO FORLAN DUARTE CAMPOS

**A MATEMÁTICA NA VIDA COTIDIANA: UM ESTUDO SOBRE O
MODO DE OPERAÇÃO COM CONCEITOS MATEMÁTICOS NO
OFÍCIO DO AZULEJISTA**

Prof. Dra. Ingrid Lilian Fuhr
Orientadora

Profa. Dra. Elizabeth Tunes
Examinadora

Prof. Dr. Roberto Silva
Examinador

Brasília, 23 de março de 2016.

À Marisa, meu amor.

AGRADECIMENTOS

A Deus, autor da vida.

À Marisa, pelo apoio, incentivo e compreensão ao longo desta jornada acadêmica que muitas vezes requereu a minha ausência.

Aos meus filhos, Davi e Laura, por serem a fonte de inspiração para todos os meus projetos.

À minha mãe, dona Graça, por ter exercido tão bem o papel de educadora de quatro filhos, algo que contribuiu decisivamente para este momento.

Aos meus irmãos, Pablo, Erivelto e Mara, por todo companheirismo e amizade que nos une a cada dia.

À minha orientadora, Profa. Dra. Ingrid Lilian, pela paciência e pelas intervenções sempre pertinentes e esclarecedoras.

Aos componentes da banca examinadora, Prof. Dr. Roberto Silva e Profa. Dra. Elizabeth Tunes, pelas considerações que qualificaram este trabalho.

Aos colegas de mestrado, pela convivência harmoniosa e colaborativa.

Aos companheiros de trabalho no Instituto Nacional de Colonização e Reforma Agrária – Incra, pelo apoio e incentivo.

Ao Wilkerson, pela paciência e pelos esclarecimentos que viabilizaram o alcance dos objetivos deste trabalho.

Aos profissionais entrevistados na pesquisa de campo, pela disponibilidade e colaboração.

A todos que, durante a minha vida acadêmica e profissional, contribuíram direta ou indiretamente para que este momento fosse possível.

RESUMO

O presente trabalho discorre sobre modos particulares de operação com conceitos matemáticos nos ofícios, em especial na atividade do azulejista. Historicamente, a matemática surgiu como resposta a necessidades cotidianas do homem. Atualmente, diversas pesquisas têm destacado o caráter situacional do modo de operação com a matemática no âmbito dos ofícios. Algumas dessas pesquisas são discutidas aqui. No entanto, nenhuma delas dedicou-se a estudar de forma significativa um ofício para o qual noções geométricas e espaciais fossem necessariamente requeridas. Essa lacuna motivou este estudo, que visa identificar como o azulejista opera com conceitos matemáticos no seu cotidiano e as similaridades e diferenças existentes com os modos de operação já identificados em outros ofícios. A metodologia de pesquisa busca identificar os conceitos requeridos pelo ofício do azulejista, para que são requeridos e como são trabalhados no dia a dia. Um questionário é aplicado a oito profissionais azulejistas do Distrito Federal. Os resultados apontam para a existência de similaridades nos modos de operação adotados pelo azulejista e por outros profissionais, o que sugere haver traços comuns, próprios da matemática dos ofícios. Mas há também traços bem particulares, próprios do azulejista, os quais são analisados e discutidos. As conclusões apresentam contribuições para a psicologia e a educação, evidenciando a influência que o contexto exerce sobre o raciocínio lógico-matemático do indivíduo.

Palavras-chave: matemática, modos de operação, azulejista, cotidiano, similaridades e particularidades.

ABSTRACT

The present work deals with particular modes of operation with mathematical concepts in the crafts, especially in the activity of the tile maker. Historically, mathematics has arisen in response to man's daily needs. Currently, several researches have highlighted the situational character of the mode of operation with mathematics in the scope of the trades. Some of these researches are discussed here. However, none of them devoted themselves to studying in any significant way an office for which geometrical and spatial notions were necessarily required. This gap motivated this study, which aims to identify how the azulejista works with mathematical concepts in their daily life and the similarities and differences existing with the modes of operation already identified in other trades. The research methodology seeks to identify the concepts required by the tile tradesmanship, what they are required for and how they are worked on daily. A questionnaire is applied to eight tile professionals from the Federal District. The results point to the existence of similarities in the modes of operation adopted by the azulejista and other professionals, which suggests that there are common features, typical of the mathematics of the trades. But there are also very particular features of the tilemaker, which are analyzed and discussed. The conclusions present contributions to psychology and education, evidencing the influence that the context exerts on the logical-mathematical reasoning of the individual.

Keywords: mathematics, modes of operation, tile, everyday, similarities and particularities.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Exemplo de traços em rochas, no Parque Nacional da Serra da Capivara, no Piauí, que provavelmente se relacionavam a uma coleção de objetos	10
Figura 2 – Vaso com decoração geométrica, exposta no Museu Arqueológico Nacional da Espanha.....	12
Figura 3 – Representação do número 12.345 segundo a notação hieroglífica egípcia..	14
Figura 4 – Exemplo de aplicação do Teorema de Pitágoras.....	16
Figura 5 – Exemplo de trapézio.....	16
Figura 6 – Trapézio modificado.....	17
Figura 7 – Exemplo de inclusão hierárquica.....	34
Figura 8 – Algoritmo de soma para dois números.....	37
Figura 9 – Algoritmo de multiplicação envolvendo dois números de dois dígitos.....	44
Figura 10 – Exemplos de azulejo.....	51
Figura 11 – Azulejos do séc. 15 d.C, expostos no Pátio de Carranca, do Palácio Nacional de Sintra, em Portugal.....	52
Figura 12 – Foto do Museu Nacional do Azulejo, em Lisboa, Portugal.....	53
Figura 13 – Foto da colocação de azulejo por azulejista.....	53
Figura 14 – Exemplo de processo elaborado com o auxílio do software <i>Bizagi Process Modeler</i>	56
Figura 15 – Notação de leitura de processos.....	57
Figura 16 – Problemas e respectivas figuras de áreas.....	61
Figura 17 – Resumo do procedimento metodológico.....	63
Figura 18 – Macroprocesso contrapiso.....	66
Figura 19 – Ilustração do uso de um “picolé” para compactar solo.....	67
Figura 20 – Exemplo de cômodo com ângulos aberto e fechado, formados por paredes alinhadas (sem “barrigas”).....	68
Figura 21 – Exemplo de cômodo com o esquadro tirado.....	68
Figura 22 – Uso do espaçador para garantir paralelismo e perpendicularidade.....	69
Figura 23 – Exemplo de diferenças de alinhamento da parede.....	70
Figura 24 – Exemplos de paginação de piso.....	70
Figura 25 – Macroprocesso de esquadro.....	71

Figura 26 – Macroprocesso de assentamento.....	73
Figura 27 – Figuras dos problemas Tipo 1.....	81
Figura 28 – Estratégias de Cálculo para o problema nº 2.....	83
Figura 29 – Figura do problema nº 3 (Tipo 2).....	89
Figura 30 – Figura do problema nº 4 (Tipo 2).....	90
Figura 31 – Figura (imaginada) do problema nº 3 (Tipo 2).....	90
Figura 32 – Figura (imaginada) do problema nº 4 (Tipo 2).....	92
Figura 33 – Exemplo de esquadro utilizado na construção covil.....	102

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Representações de quantidades, segundo a notação hieroglífica egípcia	14
Tabela 2 – Tabela de conversão de sistemas.....	41
Tabela 3 – Resultados dos testes aplicados	43
Tabela 4 – Levantamento de conceitos matemáticos.....	58
Tabela 5 – Tipos de problemas	60
Tabela 6 – Tipos e referências dos problemas propostos	62
Tabela 7 – Levantamento de conceitos matemáticos utilizados nos macroprocessos ..	75
Tabela 8 – Estratégias de cálculo para o problema nº 1.....	82
Tabela 9 – Estratégias de Cálculo para o problema nº 2.....	83
Tabela 10 – Participantes e respostas na unidade de medida “caixa”.....	86
Tabela 11 – Respostas dos problemas Tipo 1, com erros destacados de vermelho (pela lógica escolar).....	87
Tabela 12 – Respostas dos problemas Tipo 1, com erros destacados de vermelho (pela lógica do azulejista).....	88
Tabela 13 – Estratégias de resolução para o problema nº 3 (Tipo 2).....	91
Tabela 14 – Estratégias de resolução para o problema nº 4 (Tipo 2)	94
Tabela 15 – Estratégias de cálculo para os problemas nº 3 e 4 (Tipo 2).....	94
Tabela 16 – Respostas dos problemas Tipo 2, com erros destacados de vermelho (pela lógica escolar).....	95
Tabela 17 – Respostas dos problemas Tipo 2, com erros destacados de vermelho (pela lógica do azulejista).....	95
Tabela 18 – Estratégias de resolução para o problema nº 6 (Tipo 3).....	98
Tabela 19 – Estratégias de cálculo para o problema nº 6 (Tipo 3).....	98
Tabela 20 – Respostas ao problema nº 6 (Tipo 3) com erros destacados.....	99
Tabela 21 – Respostas ao problema nº 5 (Tipo 4) com erros destacados.....	101
Tabela 22 – Estratégias de resolução para o problema nº 7 (Tipo 4).....	102

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 – Dados demográficos dos participantes da pesquisa.....	78
--	----

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO – TEMA E PROBLEMATIZAÇÃO	1
2. MATEMÁTICA: ASPECTOS HISTÓRICOS.....	6
2.1 Matemática e necessidade	6
2.2 Matemática e modos de operação	12
2.3 Matemática, abstração e estigmas	21
3. MATEMÁTICA: ASPECTOS PSICOLÓGICOS E SOCIAIS.....	26
3.1 A matemática como atividade humana	26
3.2 O conhecimento lógico-matemático e os esquemas de ação	31
3.3 A socialização da matemática na escola	36
3.4 A socialização da matemática em contextos fora da escola	40
4. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS.....	51
4.1 O azulejo e o ofício azulejista	51
4.2 Procedimentos metodológicos	55
4.2.1 Fase 1: Mapeamento da atividade.....	55
4.2.2 Fase 2: Levantamento dos conceitos matemáticos	58
4.2.3 Fase 3: Aplicação dos problemas	59
5. RESULTADOS E DISCUSSÃO	64
5.1 Resultados da Fase 1: Mapeamento da atividade	64
5.1.1 Macroprocesso contrapiso	64
5.1.2 Macroprocesso esquadro	66
5.1.3 Macroprocesso assentamento.....	70
5.2 Resultados da Fase 2: Levantamento dos conceitos matemáticos	70
5.3 Resultados da Fase 3: Aplicação dos problemas	73
5.3.1 Caracterização dos participantes	74
5.3.2 Problemas Tipo 1	77
5.3.3 Problemas Tipo 2	85
5.3.4 Problemas Tipo 3	92
5.3.5 Problemas Tipo 4	96
CONCLUSÃO	100
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	104

1. INTRODUÇÃO

No plano científico, a matemática é tida como uma ciência formal, pertencente ao ramo das exatas. Isto significa que suas demonstrações ocorrem sempre por dedução, privilegiando o raciocínio lógico e a exatidão dos resultados. Se alguém quiser provar, por exemplo, que só existe um único número primo que seja par, e para isso tome centenas de outros números primos e mostre que são todos ímpares, nenhum matemático aceitará esse exercício como prova. Para a comunidade de matemáticos, uma proposição só é válida se for rigorosamente provada por dedução, ainda que pareça óbvia. Do ponto de vista de ciência, a matemática não reconhece provas por indução.

No dia a dia, a matemática é parte da atividade de pessoas que compram, vendem, medem, cortam, corrigem, dividem, pesam. Isto significa que, na prática, a matemática é também uma forma de atividade humana, não necessariamente guiada pelas leis que estabeleceu enquanto ciência. Uma pessoa que esteja habituada a cozinhar para cinco pessoas, ao receber a visita de três amigos, estará diante de uma situação perfeitamente aplicável à regra de três. Sabe-se que essa regra consiste num algoritmo formal e eficaz, mas seria imprescindível para a solução desse problema prático? Certamente que não. Um cozinheiro experiente “descobriria” a resposta desse problema com facilidade, provavelmente sem recorrer à regra de três: faria isso utilizando-se da experiência que possui e das medidas usuais e normalmente não convencionais em sua cozinha (xícara, pitada, punhado etc.). A regra de três seria um modo de resolver o problema em questão, mas não o único.

A matemática organizada pela comunidade científica é aquela que a escola se dedica a ensinar. Há um currículo que orienta o momento e a forma progressiva em que cada conteúdo será transmitido. O professor organiza sua atividade de modo a facilitar essa transmissão. Os alunos assistem à mesma aula, no mesmo instante, com o mesmo professor. No entanto, o contexto escolar, favorável à uniformização, não garante que todos pensem e operem com conceitos matemáticos da mesma maneira. Ao contrário: comumente se vê a utilização de variados modos de resolução – como a contagem com o auxílio dos dedos, o uso de composições aditivas, a memorização da tabuada, o cálculo mental, entre outros – indicando que mesmo que uma pessoa seja

cientificamente treinada, suas estratégias podem ser diferentes daquelas aprovadas pela comunidade científica.

Se os modos de operação com conceitos matemáticos são variados até mesmo dentro de uma sala de aula, quem dirá fora dela. A diversidade de contextos sociais diferentes, nos quais inúmeras habilidades de sobrevivência – entre elas, a matemática – são diariamente requeridas, leva a crer que o modo de operação com um conceito não é único. Particularmente nos ofícios, chama a atenção a habilidade com que profissionais (muitas vezes, não escolarizados) operam com variados conceitos matemáticos. O que explicaria, afinal, um cambista do jogo do bicho ter tanta habilidade com combinações e permutações? Ou a rapidez com que um feirante dá um troco na feira? Ou a facilidade que mestres-de-obras têm para lidarem com razões e proporções?

Vários estudos têm se dedicado a investigar os diversos modos de operação com conceitos matemáticos em contextos fora da escola, especialmente nos ofícios. Em certo sentido, esses estudos procuram sanar uma lacuna deixada pelos experimentos do epistemólogo suíço Jean Piaget (1896-1980), que foi notoriamente o autor que mais contribuiu com investigações sobre as estruturas lógico-matemáticas implícitas na organização da ação humana. A despeito da relevante contribuição, seus experimentos se limitaram a uma só cultura e a tarefas relacionadas estreitamente ao ambiente escolar. O próprio Piaget reconheceu tais limitações (Inhelder e Piaget, 1976).

Particularmente em relação aos ofícios, já há estudos que possibilitam uma razoável compreensão sobre a matemática envolvida em atividades como compra, venda, medição e encomenda de peças de madeira, construção de paredes, elaboração de combinações de jogos etc. Essa compreensão só foi possível devido à realização de pesquisas em vários ofícios, como de vendedores numa feira, marceneiros, mestres-de-obras e cambistas do jogo do bicho, entre outros, visando identificar que estruturas lógico-matemáticas estariam envolvidas na ação desses profissionais e como se daria a operação com conceitos matemáticos na chamada “matemática informal” ou “matemática de rua” (conforme Carraher, Carraher e Schliemann, 2006, e outros). As conclusões, tanto em termos psicológicos quanto matemáticos, são bastante interessantes, porém esses estudos não apresentaram conclusões sobre conceitos matemáticos que envolvem noções geométricas e espaciais. Nesse sentido, o presente

trabalho se propõe a investigar o modo de operação com conceitos matemáticos num ofício cuja atividade requeira essas noções.

O ofício identificado como sendo de interesse para a presente pesquisa é o do azulejista (ou ladrilheiro), pertencente ao setor da construção civil e especialista em assentamento de pisos e revestimentos. A escolha se justifica por se tratar de profissional com aguçado sentido geométrico e espacial proporcionado pelo cotidiano de trabalho. Para o azulejista, atividades como dimensionar uma área, verificar a inclinação do solo e calcular a quantidade de peças e materiais para execução do assentamento em uma obra são comuns. Pelas características do ofício, alguns conceitos matemáticos são necessariamente requeridos no seu cotidiano, tais como ângulos, áreas, quantidades, simetria, paralelismo, multiplicações, frações, entre outros. Parte desses conceitos são também utilizados nos ofícios já pesquisados e citados aqui. Mas os modos de utilização desses conceitos são os mesmos? Existe alguma similaridade entre o modo de operação com conceitos matemáticos, adotado pelo azulejista, com os de outros ofícios?

Para responder às questões colocadas, alguns objetivos foram definidos visando confirmar a hipótese de que há esquemas de operação com conceitos matemáticos que são próprios do ofício do azulejista e que há outros esquemas que são similares aos identificados em pesquisas com outros profissionais (o que sugeriria que a matemática dos ofícios possui traços próprios). O primeiro deles consiste em fazer um levantamento de todos os conceitos matemáticos requeridos pela atividade do profissional azulejista. A partir daí, identificar os modos com os quais se opera com esses conceitos no cotidiano: se verbal, silencioso, com uso de algoritmo escolares, calculadora, composições aditivas, aproximações etc. Por fim, verificar se há similaridades com os modos de operação verificados em outros ofícios.

Quanto à organização, este trabalho está dividido em quatro capítulos, além de sua introdução. O primeiro capítulo busca situar o contexto de surgimento e desenvolvimento da matemática. Nele, aborda-se aspectos históricos da matemática desde os primórdios, no paleolítico, procurando evidenciar que seu surgimento e desenvolvimento se deram como resposta a necessidades do homem: a matemática era essencialmente aplicada. Técnicas primitivas de contagem, com o auxílio de gravetos ou pedras, serão discutidas evidenciando que a matemática sempre permitiu modos

diferentes de organização e operação com seus conceitos, sem comprometer a exatidão que se espera dela. Uma breve discussão sobre a matemática abstrata também é apresentada, destacando os estigmas e as contribuições que a desvinculação da realidade proporcionou ao longo do tempo.

O segundo capítulo aborda aspectos psicológicos e sociais da matemática. Nele, busca-se enfatizar a matemática como uma forma particular de organizar os objetos e eventos no mundo. O modo como uma atividade é estruturada pressupõe a mobilização implícita de estruturas lógico-matemáticas. Sob essa perspectiva, algumas contribuições da teoria de Piaget são trazidas à discussão. Também são abordadas as formas de socialização da matemática. Nas sociedades modernas, a escola é a instituição responsável pela transmissão do conhecimento científico, mas será que só se aprende matemática na escola? Uma discussão sobre esse tema é promovida neste capítulo, destacando-se especialmente a complexidade existente no processo de socialização dos signos matemáticos.

No terceiro capítulo, é feita uma breve contextualização histórica do azulejo e do ofício do azulejista. Também são apresentados os procedimentos metodológicos adotados na pesquisa empírica, a qual foi dividida em três fases, a saber:

Fase 1 – Mapeamento da atividade do azulejista: busca, por meio da observação e da entrevista aberta, compreender as etapas da atividade numa perspectiva de processo, com início e fim bem definidos.

Fase 2 – Levantamento dos conceitos matemáticos envolvidos: busca, por meio da observação e da entrevista aberta, identificar os conceitos matemáticos envolvidos implícita ou explicitamente na execução de cada atividade do ofício.

Fase 3 – Aplicação de problemas matemáticos: fase em que se elabora, a partir das informações obtidas nas fases anteriores, sete problemas contextualizados e os aplica a oito profissionais azulejistas de diferentes regiões do Distrito Federal com o objetivo de identificar o modo como pensam e operam com os conceitos matemáticos envolvidos no ofício.

No quarto e último capítulo, os resultados da pesquisa de campo são apresentados e discutidos. A discussão é feita sobre os resultados da Fase 3 – Aplicação de problemas matemáticos, procurando encontrar similaridades e diferenças entre os

esquemas de resolução adotados pelos azulejistas com os de profissionais de outros ofícios.

Por fim, convém ressaltar que a proposta do presente estudo partiu da compreensão do autor de que a matemática não está apenas na escola. Sua experiência como professor de matemática, aliada ao contato com outras pesquisas na área e com outras áreas do conhecimento, especialmente psicologia e pedagogia, o fizeram enxergar a existência de uma matemática rica, complexa e diversa nos cotidianos, razão pela qual se propôs a pesquisar este tema.

2. MATEMÁTICA: ASPECTOS HISTÓRICOS

Neste capítulo, pretende-se evidenciar alguns pontos históricos importantes relativos à matemática. O primeiro deles é que seu surgimento se deu como resposta a necessidades práticas e concretas do homem pré-histórico. Em seus primórdios, a matemática era essencialmente aplicada, pois o homem primitivo orientava seu raciocínio pelas necessidades que se apresentavam no seu cotidiano. Num segundo momento, procura-se evidenciar que a matemática sempre permitiu modos diferentes de operar o pensamento com seus conceitos, e que isso não contradiz sua essência de exatidão nos resultados num mesmo jogo de linguagem, tampouco inferioriza aquele que a opera de forma diferente da escolar. O homem pré-histórico já operava conceitos de enumeração, entre outros, de uma forma particular e eficaz em sua comunidade. Alguns exemplos são trazidos para demonstrar que há diversas formas de operação com conceitos matemáticos. Num terceiro e último ponto, pretende-se discutir brevemente alguns pontos históricos que contribuíram para o surgimento da matemática abstrata, caracterizada pela complicação dos métodos e por uma realidade desvinculada da aplicação. O enfoque excessivo na abstração produziu práticas questionáveis que foram recepcionadas pela escola atual, como a repetição exaustiva de exercícios com pouca ou nenhuma relação com contexto do aluno

2.1 Matemática e necessidade

O surgimento das técnicas matemáticas remonta ao período conhecido como Paleolítico, ou Idade da Pedra Lascada (aproximadamente 2 milhões a.C – 10.000 a.C). Nesse período, o homem vivia essencialmente de atividades sobre as quais possuía certo domínio – caça e pesca, por exemplo –, e daquilo que a terra fornecia “naturalmente”, isto é, sem que o homem exercesse alguma ação – sementes, frutos, legumes, verduras e raízes. Era, portanto, um período no qual o homem tinha pouco domínio sobre as técnicas de produção de alimentos e total dependência da natureza.

Se por um lado a natureza proporcionava ao homem primitivo abundância de alimento, por outro, expunha-o a riscos decorrentes de seus ciclos naturais (estações do ano, fases da lua, entressafras, piracemas etc.). Havia excesso de alimento em

determinados períodos e falta em outros, situações que impunham ao homem primitivo a necessidade de marcação do tempo, de registros, de controle de estoques, entre outros. Atenuar a total dependência da natureza era uma emergência que demandava o desenvolvimento de técnicas.

Uma necessidade emergente do homem primitivo era contar e quantificar objetos, pois a partir dessas atividades os registros e controles se tornariam possíveis. E uma interessante solução encontrada para essa necessidade foi o uso de traços riscados em árvores e em rochas. Cada traço, individualmente, representava um (e somente um) objeto e o conjunto de traços representava o total, demonstrando um modo particular e primitivo de operar conceitos matemáticos que versam sobre enumeração, por exemplo. Técnicas similares substituíam os traços por pedras ou gravetos. Por certo, em determinado momento, o “treino” com essas técnicas levou a “certezas”, como a de que $2 + 2 = 4$ (embora a noção de número fosse diferente da que se conhece atualmente), e o muito treinar possibilitou o uso da técnica em situações diferentes daquela para a qual (ou na qual) foi iniciada, como explica Gottschalk (2004, p. 330):

Em algum momento da História de nossas culturas instituiu-se a contagem, que passa a ter um caráter gramatical, transcendendo assim o seu eventual uso empírico. O pastor da pré-história, que, acredita-se, fazia corresponder a cada ovelha de seu rebanho um dos gravetos que teria juntado para ter certeza de que nenhuma ovelha estaria faltando (conforme especulam os antropólogos para explicar a gênese do número na cultura ocidental), a partir de determinado momento passa a *contar* o seu rebanho(...) Esta invenção, por assim dizer, da contagem, uma vez instaurada, passa a ser aplicada em diferentes contextos.

Evidentemente que a riqueza histórica de tais registros marca também o surgimento de outras técnicas, além das matemáticas, como ensina Miorim (1998, p. 5):

Surgiria, então, a magia como forma de preencher essa “lacuna criada pelas limitações da técnica” (Bernal, 1969, v. 1, p.74). Mas a magia, ao mesmo tempo que confirmava essas limitações, dava o impulso inicial no caminho das representações e das relações entre as formas, consistindo no primeiro passo do longo caminho que levaria ao simbolismo gráfico e à escrita.

Em relação à matemática, convém destacar dois importantes aspectos do período Paleolítico, complementares entre si. O primeiro deles é que a amplitude do período permite conjecturar que as técnicas desenvolvidas, sempre orientadas pela necessidade

(pois não se concebia ainda uma matemática puramente abstrata ou sem aplicação), foram aperfeiçoadas ao longo do tempo por reflexões, dilemas e desafios que representavam à época uma questão de sobrevivência para o homem primitivo. A necessidade motivou não só o surgimento da matemática, mas também o aprimoramento de suas técnicas nesse longo período. Nesse sentido, Miorim (1998) afirma que a contagem com o auxílio de pedras já era provavelmente uma evolução de técnicas que, por muito tempo, se utilizaram dos dedos das mãos. Essa é uma hipótese aceitável, já que a utilização dos dedos das mãos para quantificar e enumerar pequenas quantidades é algo bem possível. No entanto, para grandes quantidades, a mesma técnica dos dedos se revela limitada, impondo a necessidade de uma nova estratégia.

De fato, é improvável que os achados arqueológicos representem algo que foi registrado da forma como foi concebido. É mais lógico admitir que os traços na rocha ou na árvore, os desenhos nas cavernas e os raros registros geométricos do Paleolítico sejam já resultados de uma interessante construção intelectual, cujos pormenores, em muito, o homem contemporâneo desconhece, já que os primórdios da matemática antecedem a escrita. Não se deve desprezar o caráter evolutivo das técnicas matemáticas na pré-história – e a qualquer tempo, inclusive – pois isso seria menosprezar a capacidade humana de se aperfeiçoar e evoluir diante de necessidades que se apresentam a todo instante. Boyer (2003) ao comentar sobre o longo e gradual processo de desenvolvimento do conceito de número, reafirma o caráter evolutivo das técnicas e percepções do homem primitivo.

As mãos podem ser relacionadas com os pés, os olhos e as orelhas ou as narinas. Essa percepção de uma propriedade abstrata que certos grupos têm em comum e que nós chamamos número, (...) é improvável que isso tenha sido descoberta de um indivíduo ou de uma tribo; é mais provável que a percepção tenha sido gradual, desenvolvida tão cedo no desenvolvimento cultural quanto o uso do fogo, talvez há 300.000 anos. (BOYER, 2003, p. 2)

Ao mesmo tempo, Boyer (2003) defende que lançar um olhar sobre a origem da matemática é constatar que seu surgimento, tal qual sua aplicação e desenvolvimento, está intrinsecamente associado à solução de problemas práticos do cotidiano, e, portanto, mais próximo da aplicação do que da abstração.

É claro que a matemática originalmente surgiu como parte da vida diária do homem, e se há validade no princípio biológico da ‘sobrevivência dos mais aptos’ a persistência da raça humana provavelmente tem relação com o desenvolvimento de conceitos matemáticos. (BOYER, 2003, p.1)

Reconhecer a relação entre o surgimento da matemática como resposta a problemas concretos e imediatos do homem não significa reconhecer que ela, enquanto prática cultural, dependa sempre de algum tipo de realidade a qual necessariamente assegurará a validade de suas proposições. A matemática não tem o compromisso de ser somente aplicável, como se verá adiante. No entanto, é inegável que o surgimento da matemática teve raízes empíricas. Gottschalk (2004), ao recorrer às ideias de Wittgenstein, procura esclarecer algumas confusões existentes quando se supõe que a validade das proposições matemáticas é dependente de uma realidade empírica:

A distinção a ser feita, a nosso ver, não é de uma realidade matemática independente, que seria condição para o “fazer matemático” e uma posterior reflexão sobre a natureza da atividade matemática; mas atentar para os diferentes usos de suas proposições: ora empírico, ora normativo. Em outras palavras, uma mesma proposição matemática, como “ $2+2=4$ ”, pode ser empregada com uma função descritiva ou normativa, dependendo do contexto em que se aplica. (GOTTSCHALK, 2004, p. 309),

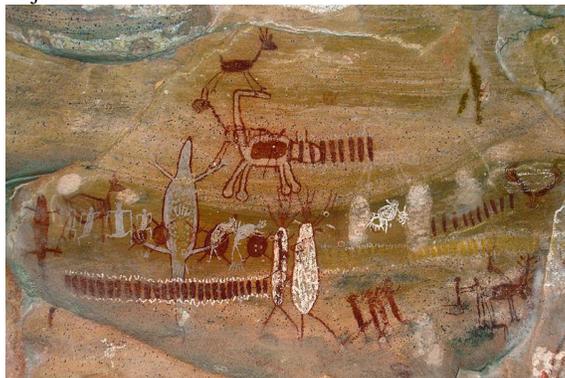
O outro aspecto relevante a ser considerado, e complementar ao primeiro, vai de encontro à ideia comum de que a capacidade mental do homem primitivo era extremamente limitada. Por trás dessa ideia preconceituosa, rechaçada por Bernal (1969), está a redução da importância do homem primitivo para a construção dos conceitos matemáticos que se conhece atualmente.

Muitas das descrições que certos autores nos têm dado acerca das limitadíssimas capacidades matemáticas do homem primitivo mostram não tanto a ignorância do homem primitivo como a nossa ignorância acerca dos seus processos mentais. (BERNAL, 1969, p.80)

A afirmação da limitadíssima capacidade mental do homem primitivo não se sustenta, por algumas razões. A primeira delas é que seus registros arqueológicos evidenciam o uso de conceitos matemáticos estudados com áurea científica apenas milênios depois, como, por exemplo, o de correspondência biunívoca, da qual se estabelecia a relação de um traço (ou pedra, ou dedo da mão) para um objeto. A

aritmética, ainda que de forma rudimentar, é outro conceito trabalhado pelo homem primitivo em sua época. Haveria, portanto, elementos que apontam para modos particulares de operação com conceitos matemáticos, antes mesmo que esses fossem concebidos sob a égide da ciência.

Figura 1 - Exemplo de traços em rochas, no Parque Nacional da Serra da Capivara, no Piauí, que provavelmente se relacionavam a uma coleção de objetos.



Fonte: www.icmbio.gov.br (2015).

A segunda razão é que para o homem primitivo não havia técnicas ou instrumentos prontos que fossem imediatamente utilizáveis. Tudo precisava ser descoberto ou criado. Suas ações eram genuinamente orientadas pela necessidade concreta e emergente, frutos da experiência e observação. A necessidade existia e era evidente, mas a solução não. Era preciso criá-la. E criar é normalmente mais difícil, engenhoso e mentalmente mobilizador do que aplicar ou usar algo que já foi criado.

A complexidade dos processos mentais do homem primitivo pode, em parte, ser atestada recorrendo-se aos estudos de Piaget (Piaget e Szeminska, 1975), para quem a aquisição do número passa necessariamente pela capacidade do sujeito de igualar duas coleções pequenas (de 5 a 7 elementos) por correspondência termo a termo. Ora, os traços na rocha constituem um modo particular de operação que contém a ideia de relação termo a termo (para cada traço, um objeto). Mas o sistema numérico e sua unidade (número), base dos estudos de Piaget, não existiam no Paleolítico, razão pela qual se pode concluir pela complexidade e por certa sofisticação na organização do pensamento do homem primitivo, em sua época.

Miorim (1998), ao questionar a visão reducionista do homem primitivo, afirma que as sociedades primitivas alcançaram um grau de controle sobre a natureza que lhes permitiram gozar de razoável qualidade de vida e organização social. Nas sociedades primitivas as responsabilidades e os direitos eram divididos para cada membro da comunidade, especialmente as atividades necessárias à sobrevivência. Para ilustrar a capacidade mental do homem primitivo, a autora cita a existência de processos educacionais nas comunidades primitivas.

As crianças aprendiam todos os conhecimentos, crenças e práticas, naturalmente, na convivência cotidiana com os adultos, nas atividades e festividades da tribo. Sem dúvida, não era uma educação intencional, planejada. Todos os adultos responsabilizavam-se igualmente pela educação de todas as crianças, e a tribo era o local reservado a essa educação. As crianças aprendiam tudo vendo, ouvindo e praticando, ou seja, participando da vida da comunidade. (MIORIM, 1998, p. 6)

Na geometria (do grego *geo* – terra e *métron* – medir), área da matemática que se dedica ao estudo das relações planas e espaciais de forma, tamanho e posição, existem desenhos e figuras que sugerem preocupação do homem Neolítico¹ com áreas e comprimentos, por exemplo.

O homem do Neolítico revelou um agudo sentido para os padrões geométricos. A cozedura e a pintura em cerâmica, o entrelaçamento de juncos, a tecelagem de cestos e têxteis e o fabrico de metais conduziram à noção de plano e relações espaciais (BARASUOL, 2006, p.2-3).

Algumas relações são elementares para a geometria euclidiana, entre elas a de congruência e de simetria. Diz-se que duas figuras são congruentes quando a figura A pode ser “deslizada” sobre a figura B, superpondo-a nos mesmos pontos e medidas. Já a simetria acontece quando ocorre uma divisão de algo em duas partes, por exemplo, e essas partes coincidem perfeitamente quando sobrepostas. Para Boyer (2003), potes, tecidos e cestas do Neolítico evidenciam noções da chamada geometria elementar, como congruência e simetria.

¹ Período histórico conhecido como “da pedra nova” ou “da pedra polida”, que vai de aproximadamente 10.000 a.C até 3.000 a.C, isto é, do surgimento da agricultura até a chamada Idade dos Metais.

Figura 2 – Vaso com decoração geométrica, exposta no Museu Arqueológico Nacional da Espanha.



Fonte: www.man.es (2013).

Heródoto, historiador grego que viveu entre 485 a.C. e 425 a.C., defendeu que a geometria surgiu da necessidade prática de fazer novas medidas de terras após cada inundação anual no vale do rio. A propriedade era um direito sagrado para os egípcios, e cada vez que havia inundações, perdiam-se as marcações de terra que delimitavam as propriedades. Já para o filósofo grego Aristóteles (384 a.C. – 322 a.C.), a motivação para o surgimento da geometria vem da existência de uma classe sacerdotal, no Egito, que demandava noções espaciais e geométricas em seus rituais e práticas do sacerdócio. Os dois argumentos – de Heródoto e de Aristóteles – divergem na motivação, mas convergem na origem (Egito), e não se arriscam a ir mais longe do que a civilização egípcia (a partir de 3.200 a.C., aproximadamente) para determinar geograficamente o surgimento da geometria. Para Boyer (2003), o fato de os geômetras serem conhecidos como “estiradores de cordas”, ou agrimensores, guarda relação com as teorias de Heródoto e de Aristóteles, já que as cordas eram usadas tanto para realinhar demarcações apagadas de terras como para traçar bases de templos. Esse seria um modo particular de operar com conceitos matemáticos que atualmente são utilizados na engenharia, topografia e cartografia. O autor admite ainda uma outra possibilidade, que reforça o caráter prático do surgimento de certos conceitos matemáticos, ao afirmar que o desenvolvimento da geometria pode ter sido estimulado por necessidades de construção e demarcação de terras, mas também por sentimentos estéticos em relação a configurações e ordem.

2.2 Matemática e modos de operação

O que parece claro é que existem razões empíricas que levaram ao surgimento e desenvolvimento da matemática, notadamente no período pré-histórico (Miorim, 1998). Também são muitas as evidências históricas que apontam para o fato de que a matemática sempre permitiu diferentes modos de operação. A história revela que uma variedade de conceitos foi trabalhada por diversas civilizações, porém cada qual a seu tempo, no seu espaço geográfico, com sua aplicação específica e, o mais importante, com seu modo particular de operação e representação, a começar pelas operações matemáticas elementares, como exemplifica Boyer,

É claro que as operações aritméticas fundamentais eram tratadas pelos babilônios de modo não muito diferente do usado hoje, e com facilidade comparável. A divisão não era efetuada pelo incômodo processo de duplicação dos egípcios, mas por uma fácil multiplicação do dividendo pelo inverso do divisor (...). Assim como hoje o quociente de 34 por 5 é achado facilmente multiplicando 34 por 2 e colocando a vírgula, na antiguidade o mesmo processo era realizado achando o produto de 34 por 12 e colocando uma casa sexagesimal, dando $6;48/60$. (BOYER, 2003, p.20)

Os egípcios foram notáveis criadores de soluções matemáticas para as necessidades de sua época. Havia, por exemplo, uma necessidade de representação simbólica, especialmente para grandes quantidades, que fez com que desenvolvessem sua particular notação hieroglífica. Os egípcios criaram um sistema relativamente simples, baseado na escala de dez números (provavelmente, a adoção do sistema decimal e sua maciça utilização nos dias atuais encontra explicação no número de dedos das mãos), em que um traço vertical representava uma unidade, um osso de calcânhar invertido indicava dez, um laço com uma letra “c” maiúscula indicava 100, uma flor de lótus 1.000, um dedo dobrado 10.000, um peixe era usado para indicar 100.000 e uma figura ajoelhada 1.000.000. Os dígitos menores eram colocados à esquerda e poderiam ser dispostos verticalmente (Boyer, 2003).

Tabela 1 - Representações de quantidades, segundo a notação hieroglífica egípcia.

	bastão	1
∩	calcanhar	10
?	rolo de corda	100
☉	flor de lótus	1000
☞	dedo apontando	10000
🐟	peixe	100000
♁	homem	1000000

Fonte: Boyer (2003).

Figura 3 – Representação do número 12.345, segundo a notação hieroglífica egípcia.



Fonte: Boyer (2003).

Evidentemente, a concepção do sistema de notação numérica egípcio e sua utilização demandou considerável esforço mental e treino dos egípcios, mas representou uma solução eficaz para a representação de grandes quantidades à época. Num plano antropológico, pode-se dizer que a sistematização de uma linguagem possibilitou a socialização da matemática entre os egípcios. Outras soluções foram também desenvolvidas a partir de necessidades e ilustram o modo particular dos egípcios operarem o pensamento com conceitos matemáticos. O Papiro de Ahmes² contém algumas dessas soluções que envolvem frações, operações aritméticas e problemas algébricos, geométricos e trigonométricos, predominantemente orientados para a aplicação.

O conhecimento revelado nos papiros é quase todo prático e o elemento principal nas questões eram cálculos. Quando parecem entrar elementos teóricos, o objetivo pode ter sido o de facilitar a técnica e não a compreensão. Mesmo a geometria egípcia, outrora louvada aparece na verdade mais como um ramo da aritmética aplicada. (BOYER, 2003, p. 14)

² Rolo de papiro com cerca de 0,30m de altura e 5m de comprimento. Encontra-se no British Museum. Foi copiado por volta de 1.650 a.C. por um escriba de nome Ahmes. (Boyer 2003, p. 8)

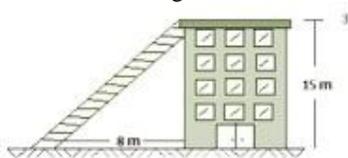
Particularmente em relação à aritmética, os papiros revelam que os egípcios tinham a adição como operação fundamental. Isso fazia com que operassem de forma particular a multiplicação. Para eles, a multiplicação de 39 por 19, por exemplo, seria operada somando-se 39 com ele mesmo para obter 78, depois adicionado a si próprio para alcançar 156, novamente duplicando para obter 312 e mais uma vez, para se chegar a 624, que corresponde a 39 vezes dezesseis. Assim, concluíam que a multiplicação de 39 por 19 seria o resultado de $624 + 78 + 39$, isto é, 741. Esse é um modo diferente – e ainda utilizado – de se operar com a multiplicação. Não é raro observar que muitas pessoas operam a multiplicação como uma soma de partes, assim como faziam os egípcios. Para essas pessoas, provavelmente a soma represente uma operação mais fácil do que a multiplicação.

Um outro exemplo clássico de variedade de operações com o mesmo conceito é o chamado teorema de Pitágoras, que descreve uma relação existente no triângulo retângulo³. O teorema consiste na afirmação de que, em qualquer triângulo retângulo, o quadrado do comprimento do maior lado (hipotenusa) é igual à soma dos quadrados dos dois lados menores (catetos). A descoberta e demonstração desse teorema é atribuída à Pitágoras, matemático grego que teria vivido de 570 a.C. a 495 a.C., embora haja, segundo Boyer (2003), evidências de que o teorema já seria conhecido antes desse período. São inúmeras as aplicações do Teorema de Pitágoras, sobretudo para o cálculo de medidas ou distâncias. E há diversas formas de se operar com o teorema, bem como aplicá-lo.

A forma tradicional de aplicação é algébrica, e se utiliza da expressão $h^2 = a^2 + b^2$, em que h é hipotenusa e a e b são catetos. Pode-se utilizar dessa expressão para calcular o tamanho de qualquer lado do triângulo retângulo. Mas, na prática, ela é obrigatória? Para responder a essa pergunta, pode-se imaginar uma situação em que se queira medir a distância do alto de um prédio até um determinado ponto nivelado no solo. Há uma diversidade de maneiras de obter essa medida. Uma delas é com o uso algébrico do teorema, mas para isso, as informações de altura do prédio e distância de sua base até o ponto determinado devem ser previamente conhecidas, como ilustra a figura 4.

³ É o triângulo onde se observa a existência de um ângulo reto, isto é, de 90°.

Figura 4 – Exemplo de aplicação do Teorema de Pitágoras.

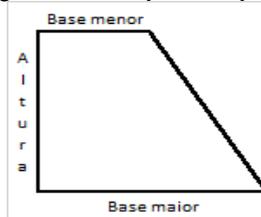


Fonte: www.somatematica.com.br (2010).

Outra maneira é amarrar uma linha no alto do prédio e esticá-la, ligando-a até o ponto determinado no solo. A distância procurada será a mesma da linha e as medidas dos lados do triângulo poderão ser desprezadas. Aqueles que não gostam de matemática possivelmente preferirão essa segunda maneira de operar com o conceito do teorema de Pitágoras em problemas similares, porque provavelmente considerá-la-ão mais prática. Estarão erradas? Chegarão a resultados imprecisos? A resposta para essas duas perguntas é a mesma: não.

Um exemplo no campo geométrico consiste no cálculo de áreas, por exemplo, de um trapézio. O trapézio é definido como um quadrilátero, isto é, uma figura de quatro lados, dos quais dois são paralelos entre si, sendo um conhecido como de base maior e o outro, de base menor.

Figura 5 – Exemplo de trapézio.

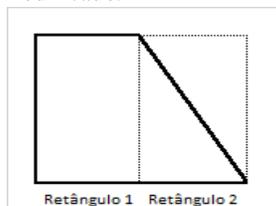


Fonte: elaborado pelo autor.

Imaginando um problema em que se queira medir a área de um lote com o formato da figura 5, haveria também uma diversidade de modos diferentes de fazer isso. O primeiro deles consiste no uso tradicional da fórmula de cálculo da área de um trapézio, ensinada nas escolas e expressa por $\frac{(B+b) \cdot h}{2}$, em que a soma da medida da base maior com a base menor $(B+b)$, multiplicada pela altura h , é dividida por 2. Mas uma outra forma de se obter o resultado poderia ser por recortes, “imaginando” dois

retângulos e calculando a área de cada um. O cálculo da área de um retângulo é seguramente mais simples (*base x altura*) do que o de um trapézio. O resultado procurado seria, então, a soma da área do primeiro retângulo, mais a metade da área do segundo, conforme figura 6.

Figura 6 – Trapézio modificado.



Fonte: elaborado pelo autor.

O retângulo 2 (figura 6), “construído” convenientemente apenas para ajudar na solução do problema, pode ser imaginado assim, como um retângulo, ou como a duplicação do triângulo retângulo, o que caracterizaria uma outra forma de pensar essa situação. Daí, pode-se chegar à solução por meio de outras técnicas aplicáveis ao triângulo, como o Teorema de Pitágoras, por exemplo.

Modos diferentes de pensar matemática estão na vida, no cotidiano das pessoas. O operador de caixa de um supermercado pode receber uma nota de R\$ 10,00 para pagar uma compra de R\$ 5,35, por exemplo. Não há dúvida de que o operador deverá dar um troco de R\$ 4,65 para o cliente. Mas de que forma ele operará o pensamento com o conceito matemático de subtração para chegar ao resultado? A conta pode ser direta, tal qual se aprende na escola, isto é, $R\$ 10,00 - R\$ 5,35 = R\$ 4,65$ (na escola aprende-se alguns algoritmos que permitem resolver essa subtração, conforme se verá adiante). Mas o operador de caixa pode usar de um processo de complementariedade, que consiste em imaginar que o cliente entrou com R\$ 10,00 e está levando R\$ 5,35 em mercadoria. Daí, indaga-se: quanto falta para complementar os mesmos R\$ 10,00 com que entrou? Nessa lógica, o operador “sai catando” uma moeda de R\$ 0,05 (para completar R\$ 5,40), uma de R\$ 0,10 (para completar R\$ 5,50), outra de R\$ 0,50 (para completar R\$ 6,00), e outras quatro moedas de R\$ 1,00 (para completar os R\$ 10,00). Ao final, constatará que possui em sua mão os R\$ 4,65, que correspondem ao troco devido ao cliente. Esse seria um modo de operar o pensamento que, na prática, não se utilizaria da subtração, mas da soma.

Em sua essência, a matemática é uma ciência exata, e nesse diapasão espera-se que os resultados – o produto final – sejam sempre iguais, em qualquer lugar do espaço ou da história, embora essa seja uma ideia que deva aqui ser melhor esclarecida. Gottschalk (2004), ao defender que a atividade matemática não depende de algum tipo de realidade para que tenha suas proposições validadas, critica a crença de que os resultados serão sempre os mesmos. Para a autora,

(...) na crença de que todos chegam aos mesmos resultados, nas mais diferentes comunidades, está embutida a ideia de que, de alguma forma, os objetos matemáticos pré-existam, inerentes às nossas formas sociais, ou seja, podemos também pensar que temos aqui uma forma bastante atenuada de realismo matemático. (GOTTSCHALK, 2004, p. 308),

De fato, a ideia comum de que a matemática é uma ciência exata e que, portanto, os resultados devem ser sempre os mesmos, pode conduzir a equívocos. O primeiro deles é partir da noção de que, ao longo da construção dos objetos matemáticos, estes pré-existam de alguma forma: a realidade é, então, a última instância de julgamento dos resultados, os quais – vinculados – não podem ser diferentes. O equívoco está em não admitir o caráter apriorístico e independente das proposições matemáticas. Dizer que “ $2 + 2 = 4$ ” pode descrever uma realidade concreta (uso empírico) ou fazer parte de uma certeza *a priori* de quem o diz, independentemente da realidade (uso normativo). Quando no exemplo acima se “imaginou” um retângulo para encontrar a área de um triângulo – ambos inexistentes num plano concreto – utilizou-se de definições (certezas) *a priori*, tanto de triângulo quanto de retângulo. A realidade concreta não é imprescindível para validar o resultado: pode-se fazer isso recorrendo-se às convenções matemáticas, que são, em síntese, certezas *a priori*.

Um segundo equívoco está na ausência de delimitação: qual resultado? Para quem? Em qual contexto? Esse é um equívoco que pode ser esclarecido recorrendo-se à noção de “jogo de linguagem”, utilizada por Gottschalk (2004):

A expressão “jogo de linguagem” enfatiza o papel que nossas formas de vida têm na utilização de nossas palavras. Todo jogo de linguagem envolve uma gramática dos usos, as quais estão ancoradas em uma práxis, em uma forma de vida. Nesse sentido, o elo semântico entre a linguagem e a realidade não é dado apenas pelas regras que governam

a linguagem, mas pelos próprios jogos de linguagem, pois as regras só têm sentido contra o pano de fundo de um determinado jogo de linguagem. Por conseguinte, os jogos de linguagem têm primazia sobre as regras. (GOTTSCHALK, 2004, p. 317-318)

Assim, dizer que “ $1 + 1 = 2$ ” faz sentido no jogo de linguagem da aritmética, num sistema numérico decimal. Mas a mesma expressão, num outro jogo de linguagem, poderia admitir resultado diferente, como, por exemplo, o de um programador de computador, cuja práxis se baseia num sistema numérico binário, para quem “ $1 + 1 = 0$ ”. Para um agente censitário do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística – IBGE, que procura caracterizar a população brasileira, a união de duas pessoas forma um casal, situação na qual a expressão “ $1 + 1 = 1$ ” tem sentido.

No entanto, a forma como se chega ao resultado, ou o modo particular com que se opera com os conceitos matemáticos, ainda que numa mesma comunidade ou jogo de linguagem, podem ser diversos. Isso não significa necessariamente que haja limitação mental de quem opera com o conceito, tampouco que métodos não-escolares de resolução prescindam de exatidão naquele contexto. Ao contrário, pode haver sofisticação, complexidade e exatidão na operação da matemática por métodos não-escolares. Os povos antigos não eram imprecisos com seus cálculos matemáticos, embora as técnicas fossem diversas. A necessidade e a práxis pode requerer modos particulares de operar com os conceitos matemáticos.

2.3 Matemática, abstração e estigmas.

Como já visto, a necessidade foi, ao longo da história, o principal elemento motivador do surgimento e desenvolvimento da matemática. Não se concebia uma matemática que não tivesse aplicação ou que não resolvesse um problema concreto até então. A chamada matemática abstrata, que, na visão de Bernal (1969), se caracteriza pela complicação dos métodos, pelo estudo das estruturas algébricas sem o compromisso da imediata aplicação e pela imputação de uma realidade independente, surgiu posteriormente impulsionada por alguns fatos históricos relevantes. Um desses fatos é o início da distinção entre trabalho intelectual e trabalho prático. O crescimento da tribo e a complexidade das tarefas impôs a necessidade de separação da comunidade em pelo menos dois grandes grupos. A um desses grupos cabia executar as atividades

braçais, de sobrevivência, enquanto ao outro grupo cabia as ações de administração e organização da tribo e planejamento das atividades (Miorim, 1998). Esse é um contexto histórico que contribuiu para a divisão de classes sociais. Aqueles que eram dispensados das atividades práticas dispunham de tempo para refletir sobre os rumos da comunidade e produzir conhecimento. Particularmente na matemática, viu-se surgir, a partir da distinção entre o intelectual e o prático, duas “grandes matemáticas”: a aplicada e a abstrata. Bernal (1969) sintetiza esse surgimento, ao afirmar que

Os sacerdotes-administradores, dispensados de lidar com as coisas materiais, tendiam a complicar os métodos simbólicos e a imputar-lhes uma realidade independente. Em certo sentido, isto foi valioso, pois veio dar, pelo menos a um número reduzido de gente selecionada, o lazer necessário para pensar, permitindo-lhes assim criar, a partir desses símbolos, as construções abstratas da matemática[...] (BERNAL, 1969, p. 136)

O surgimento da matemática abstrata foi fortemente influenciado pelos escribas egípcios e pelos gregos (séc. VI a.C.). Os escribas eram profissionais valorizados à época por dominarem a escrita. Para Miorim (1998, p. 10), a escrita “era a única forma de acesso à cultura e, conseqüentemente, de uma vida de riquezas e abundâncias”. Eram, portanto, intelectuais que priorizavam o conhecimento teórico em detrimento da atividade material. Gozavam de prestígio numa sociedade, na qual a maioria das pessoas não sabia ler nem escrever. No entanto, a formação escriba destinava parte de seus estudos à cultura técnica, entre a qual se incluía a matemática, particularmente a aritmética e a geometria. Acreditava-se que, mesmo estando em um nível elevado de conhecimento, o escriba deveria ser capaz de falar sobre qualquer tema, inclusive de ordem técnica ou material.

A contribuição escriba para o distanciamento da matemática do cotidiano veio na forma de conteúdo programático. O programa matemático de formação escriba propunha a resolução de uma coleção de situações-problema de aplicação improvável, como o problema 40 do Papiro de Rhind, no qual o aluno deveria dividir cem pães entre cinco homens, de modo que as partes recebidas estivessem em progressão aritmética e um sétimo das três maiores partes fosse igual à soma das duas menores. Qualquer semelhança com a escola atual não é mera coincidência. Miorim (1998) especula os

possíveis motivos que levaram os egípcios a incluir esses problemas em seus programas:

Alguns autores acreditam que teria sido por razões lúdicas: seriam enigmas ou recreações matemáticas, com a intenção apenas de treinar cálculos. Outros, entretanto, veem nesses problemas um interesse teórico: a busca de abstração. Qualquer que seja a hipótese aceita, é bem provável que a prática tenha dado início ao hábito, persistente até hoje, de colocar problemas totalmente absurdos para os alunos, apenas com a intenção de treinar algoritmos, ou até mesmo de “desenvolver o raciocínio”. (MIORIM,1998, p. 11)

O ensino da matemática dos escribas egípcios era, portanto, baseado no treino de algoritmos. Essa prática, tão antiga quanto presente nas escolas contemporâneas, caracteriza-se pela resolução mecânica e repetitiva de problemas, distanciada do cotidiano e da reflexão. Mas é na Grécia, por volta do séc. VI a.C., na tentativa de buscar respostas racionais para a origem do mundo, que se vê surgir uma matemática racional, filosófica, assumidamente distante da prática e orientada para “encontrar a ordem no caos, a ordenar as ideias em sequências lógicas, a encontrar princípios fundamentais”, segundo Struik (1989, p. 73).

Pode-se destacar Pitágoras de Samos (c. 580-500 a.C.) como um importante expoente desse movimento. A chamada escola pitagórica disseminou a ideia dos números como elementos essenciais para a justificativa de ordem universal na natureza. A busca por uma “matemática racional”, associada ao misticismo que caracterizava a escola pitagórica, estimulou o estudo dos números e da geometria desvinculado das questões práticas. A matemática grega era, então, concebida de maneira teórica, independente do cotidiano das pessoas. Tal característica afastou-a dos ofícios e das técnicas, conferindo-lhe um caráter elitista na medida em que o seu desenvolvimento se dava em círculos de pensadores ou de pessoas privilegiadas que gozavam de tempo para se dedicarem aos estudos. Esse contexto coadunou-se com o pensamento de Pitágoras, de que “o homem que trabalha com números é superior aos demais”. Vê-se, portanto, um equívoco oriundo da escola pitagórica, ainda reproduzido: a dificuldade com matemática associada a uma suposta inferioridade intelectual.

Platão (c. 427-347 a.C.), ao contrário dos sofistas, que propunham uma matemática voltada para o equivalente ao atual ensino superior, propôs que os estudos

matemáticos fossem desenvolvidos desde o nível elementar, e não apenas no ensino superior” (Miorim, 1998, p. 18). Tal proposta, do ponto de vista pedagógico, foi inovadora para a época pois defendia a introdução da matemática para a formação de crianças já nos primeiros anos de vida escolar e num sistema educacional formalmente constituído. Em linhas gerais, a proposta pedagógica de Platão para o ensino da matemática era que, no nível básico, fossem apresentados princípios fundamentais e problemas elementares às crianças, tais como números e operações aritméticas. Respeitando o desenvolvimento da criança, outros problemas, extraídos da vida cotidiana, seriam progressivamente apresentados com o objetivo de treinar cálculos e desenvolver habilidades mínimas para a resolução de problemas geométricos e de astronomia.

Os aspectos positivos mais importantes da proposta de Platão são (1) a introdução definitiva da matemática num programa educacional voltado para todos e (2) a adequação da abordagem matemática às fases de vida do aluno, buscando elementos do cotidiano para consolidar a internalização dos conceitos (ainda que apenas na fase inicial). Não há como negar que naquele contexto, no qual se buscava afirmar uma matemática essencialmente abstrata, a abordagem platônica para os anos iniciais representou um avanço, pois tentava valorizar elementos do cotidiano. No entanto, a proposta de Platão para as fases seguintes da vida do aluno se aproximava da proposta pitagórica, na qual a matemática era restrita ao homem dotado de superioridade perante os demais.

Contudo, seria apenas nesse nível elementar que todas as crianças livres estudariam as matemáticas. Para os outros níveis seriam feitas seleções dos mais bem-dotados, que culminariam com alguns poucos – os futuros filósofos e governantes; estes estudariam as matemáticas profundamente, o que significa estudá-las agora de modo totalmente racional, eliminando-lhes qualquer vestígio da experiência sensível. E seriam precisamente as matemáticas que definiriam esses espíritos mais talentosos, essas melhores naturezas [...] (MIORIM, 1988, p. 19)

Desse modo, vê-se também na proposta de Platão um caráter seletivista, segundo o qual a matemática era acessível a todos apenas em um nível elementar. A partir daí, pela “máxima dificuldade que as matemáticas oferecem a quem as estuda” (Jaeger, p. 842), somente os melhores teriam condições de dela se apropriar, estabelecendo assim uma espécie de seleção espiritual.

Contemporâneo de Platão, Isócrates (436 a.C. - 338 a.C.) acreditava que as bases para a construção do “homem ideal” se encontravam na retórica. Por esse motivo, sua proposta pedagógica era baseada em estudos literários. Acreditava, no entanto, que as matemáticas tinham um valor formativo, pois impunham ao espírito, pela inerente dificuldade e abstração, a necessidade de disciplina.

É com Platão e Isócrates que assistimos ao nascimento de uma discussão pedagógica que sempre será retomada, desse momento em diante, quando se apresenta uma nova proposta em educação. Ela diz respeito ao tipo mais adequado à formação do estudante e que tem como base a oposição entre os estudos científicos e literários. (MIORIM, 1998, p. 21)

A proposta pedagógica de Isócrates centrava-se nos estudos literários, mas não desprezava a importância das matemáticas. Seu equívoco está na difusão da matemática como uma ciência abstrata e difícil, destinada unicamente ao aprimoramento do espírito na busca por um ideal de homem. Apesar da importante discussão que Platão e Isócrates propuseram no campo pedagógico, suas conclusões no campo matemático se assemelham às de Pitágoras, ou seja, a matemática é, em essência, difícil, restrita a poucos e dissociada de contextos sociais.

Parece claro que o surgimento da matemática abstrata se deu envolto a certo elitismo. Mas há que se destacar alguns aspectos positivos de seu surgimento. Um deles é que a busca por um ordenamento lógico das ideias e pelo estabelecimento de princípios fundamentais da matemática permitiram definir axiomas e proposições. Segundo Gottschalk (2004), é a partir desse conjunto de regras definidas, já postas, que se faz matemática. Para a autora, os axiomas e proposições matemáticos são “pontos de partida”, ou certezas *a priori*, que assumem status de inquestionáveis. Daí sua crítica ao construtivismo que busca postular uma realidade para assegurar os significados dos objetos matemáticos. Para melhor esclarecer essa questão, Gottschalk (2004) dá como exemplo o axioma das paralelas, questionando se faria sentido buscar comprová-lo, uma vez que o mesmo já está definido:

Em uma de suas formulações, esse axioma afirma que, dada uma reta no plano, uma paralela por um ponto externo é uma reta que, mesmo prolongada indefinidamente de ambos os lados, nunca intercepta a outra. Por que essa afirmação seria evidente para o aluno? (...) Um

axioma não é evidente porque descreve algum fato ou por ser reflexo de alguma intuição, ou ainda por ser produto de um consenso entre pares de uma microcultura; mas por ter uma função normativa. (GOTTSCHALK, 2004, p. 323)

Sob esse ponto de vista, tem-se uma espécie de redenção da matemática abstrata. Para Wittgenstein (1987), as equações são um exemplo de regras (que não precisam ser explicadas) para a transformação de proposições empíricas. Como exemplifica Gottschalk (2004, p. 325), a expressão “ $2 + 2 = 4$ ” autoriza passar de “há dois pares de sapatos no chão” para “há quatro sapatos no chão”. Se ainda assim existir cinco sapatos no chão, a regra continua válida no jogo de linguagem da aritmética. Outro exemplo está na probabilidade: dizer que, num jogo, “há 30% de chance de vitória” não significa que, ao jogar dez vezes, necessariamente se vencerá em três. A probabilidade, neste contexto, tem o efeito de fornecer, a partir de determinadas regras, uma noção de risco. Se ainda assim, num evento de verificação empírica, o jogador obtiver um número maior ou menor de vitórias, a probabilidade continuará sendo de 30%. Não seriam, pois, os experimentos empíricos que dariam a certeza de proposições como “ $1.000.000 + 143 = 1.000.143$ ”, ou que “os números são infinitos”. Essas são certezas que a experiência não é passível de revisar: são verdades, inclusive sobre a infinitude, aceitas a partir das construções abstratas da matemática.

Outro aspecto redentor reside no caráter autônomo da matemática. As proposições até podem ser descritivas de algum tipo de realidade, mas podem não o ser. E essa autonomia parece ter ficado evidente quando os gregos assumiram um fazer matemático independente da realidade. Desprendida de vinculações, o que a matemática fornece são “condições necessárias para a compreensão do sentido de certos enunciados em determinados contextos” (GOTTSCHALK, 2004, p. 325).

Essa peculiaridade de suas proposições – semelhantes, por um lado, às regras de um jogo, as quais são autônomas e independentes do empírico, e, por outro, com aplicações no mundo empírico, possibilitando o trânsito de uma proposição para a outra – caracteriza o conhecimento matemático como um jogo de linguagem totalmente distinto dos jogos das ciências empíricas, das ciências cognitivas e mesmo das ciências sociais. (GOTTSCHALK, 2004, p. 328).

Numa linha ainda redentora, pode-se verificar que as construções abstratas da matemática também possibilitaram um desenvolvimento proativo, em que a solução é

descoberta antes mesmo da necessidade. Ao afirmar, em 1940, que ninguém havia descoberto uma aplicação bélica para a Teoria dos Números ou para a Relatividade e que, possivelmente, ninguém a descobriria (Hardy, 1940), o matemático Godfrey Harold Hardy (1877-1947) ignorou a capacidade “futurista” da matemática, já que se sabe atualmente o quão importante a Teoria dos Números é para a criptografia, assim como a Relatividade para o desenvolvimento de armas nucleares. Certamente, a matemática desenvolvida por Albert Einstein guiou-se nem tanto pela realidade empírica (e nem considerou a equivocada declaração de Hardy), mas pelo conjunto de regras e postulados matemáticos.

Mas apesar da beleza e da importância da matemática pura, o seu afastamento da matemática do cotidiano e o excessivo enfoque na abstração, sem o correspondente esclarecimento de seu caráter apriorístico, repercutiu na maneira como é ensinada nas escolas e alimentou diversos estigmas, como os que afirmam que matemática é para poucos; a matemática é difícil; e a matemática não tem sentido.

3. MATEMÁTICA: ASPECTOS PSICOLÓGICOS E SOCIAIS

Segundo Freitag (1997, p. 47), a matemática é uma prática cultural, situada no tempo e no espaço e definida pela comunidade de matemáticos. Como prática cultural, as formas de raciocínio típicas da matemática são importantes para muitos, senão todos, pois estão enraizadas nos mais diversos espaços e cotidianos. Aprender matemática significa passar por um processo de socialização que não ocorre somente na escola, porém sem olvidar dos aspectos psicológicos envolvidos na construção do conhecimento lógico-matemático do sujeito. Em que pese o caráter convencional da matemática, é inegável que seu aprendizado envolve aspectos psicológicos e sociais que se manifestam na mais tenra idade, os quais este capítulo se propõe a discutir com o objetivo de evidenciar que há diversas maneiras diferentes de se operar o pensamento com conceitos matemáticos sem que isso comprometa a exatidão esperada dos resultados, dentro de um mesmo jogo de linguagem. Ao contrário: a adoção de métodos não-escolares de resolução pode, como se verá, conduzir a resultados mais precisos que os métodos escolares.

3.1 A matemática como atividade humana

Matemática e psicologia são reconhecidamente ciências diferentes. Pela ótica de uma ciência estruturada, pode-se considerar que são, inclusive, ciências bem distintas, com pouca ou nenhuma ligação entre elas. Porém, na prática, há inúmeros fenômenos em que matemática e psicologia se entrelaçam. Uma pessoa que planeja fazer uma compra a prazo, o faz utilizando-se de um método que envolve matemática, por causa dos conteúdos inerentes ao problema (soma, subtração, multiplicação, juros, prazo etc), e psicologia, porque seguramente há um raciocínio para resolver o problema em questão. Não se resolve um problema matemático sem pensar. Desse modo, a matemática e a psicologia até podem ser ciências distintas, pertencentes a lugares diferentes (exatas e humanas), mas estarão associadas sempre que um fenômeno envolver modos de operação com conceitos matemáticos.

A visão estruturada, compartimentada, de ciência produziu um equívoco que precisa ser esclarecido: a matemática não é somente uma ciência, mas é também uma

forma de atividade humana. Essa condição não relega o formalismo e as leis que, já postas e irrevogáveis, a constituem como ciência. Mas admite a possibilidade da “descoberta” como elemento constitutivo do conhecimento matemático (Carraher, Carraher e Schliemann, 2006, p. 12). Em outras palavras, apesar da necessidade científica do raciocínio dedutivo, a matemática permite o raciocínio indutivo como forma do próprio sujeito construir seu conhecimento.

Em sua discussão sobre a natureza do conhecimento matemático, Gottschalk (2004) faz uma interessante defesa do caráter apriorístico, normativo, da matemática. Para a autora, as atuais abordagens construtivistas – classificadas em experimental, cognitivista e antropológica – equivocam-se ao procurarem os significados dos objetos matemáticos em alguma realidade extralinguística, isto é, ao suporem que a atividade matemática depende de uma realidade que julgaria a verdade de suas proposições. Sua defesa vai no sentido de questionar a necessidade dessa suposição, já que as proposições matemáticas “têm função normativa, são certezas que não são passíveis de serem revisadas pela experiência” (p. 323).

Não estamos inseridos em uma forma de vida onde cotidianamente demonstramos teoremas ou operamos com objetos matemáticos, da mesma forma que sentamos em cadeiras ou utilizamos copos para beber água. Ora, como vimos, há vertentes dentro do construtivismo que afirmam que os alunos imersos em uma atividade matemática consensualmente controlada, experienciaram a descoberta de relações (cf. COBB, op. Cit., p. 167), como se fosse possível, a partir de acordos de opiniões, chegar à redescoberta espontânea de objetos matemáticos. (GOTTSCHALK, 2004, p. 323)

De fato, nem toda proposição matemática é passível de ser verificada por experimentos empíricos. Já foi dado aqui o exemplo da probabilidade para ilustrar que a matemática não tem esse compromisso: afirmar que um evento tem 30% de chance de ocorrer não significa necessariamente que, em cada dez ocorrências, três serão de sucesso. Isso pode se confirmar ou não. Mas para quê, então, existe a probabilidade? A resposta pode ser encontrada na fértil reflexão de Gottschalk (2004), quando afirma que “a matemática não é descritiva, não se refere a nenhum tipo de realidade, apenas nos dá as condições necessárias para a compreensão do sentido de certos enunciados em determinados contextos” (p. 325). As proposições matemáticas são, em síntese, condições de sentido a priori. Assim, a probabilidade, por exemplo, existe para fornecer

um sentido; mais especificamente, uma noção de risco (alto ou baixo). Suas regras estão cristalizadas como verdades e devem ser aceitas. Esse é o caráter normativo da matemática. A partir de um treino, a pessoa passa a ser capaz de aplicar o conceito probabilístico em diversas situações empíricas, aguçando sua capacidade de análise de risco em situações reais.

Da mesma forma que somos treinados a ver, também somos treinados a contar e a pensar de determinadas formas. Ter aprendido a contar (através de um treino) foi condição para que uma criança possa ter calculado, por exemplo, a quantidade de colegas que tem em sua classe. (...) Não necessitamos postular uma realidade matemática, por mais atenuada que ela seja, para assegurar os significados dos objetos matemáticos. É em seu uso, ou seja, no momento de sua aplicação que a matemática adquire significado. (GOTTSCHALK, 2004, pág. 331-332)

Enquanto atividade humana, a matemática é uma forma particular de se organizar os objetos e eventos no mundo (Carraher, Carraher e Schliemann, 2006, p. 12). Uma comunidade de pessoas que, diante da falta de água, queira distribuir o conteúdo de um caminhão-pipa entre suas famílias poderá fazê-lo de diversas maneiras. Se quiser dividir em partes iguais, pode se utilizar de medidas convencionais, como o litro (ninguém questiona essa medida!), ou não convencionais, como baldes, bacias, entre outras. Poderá distribuir uma medida para cada família, depois outra, e assim sucessivamente, até que toda a água do caminhão tenha sido distribuída em partes iguais. Embora trabalhoso, esse é um processo perfeitamente correto do ponto de vista matemático. A mesma comunidade também poderia pensar em dividir a água proporcionalmente ao número de pessoas em cada família. Ou, ainda, obter o resultado pela forma convencional da matemática, dividindo “x” litros por “n” pessoas ($x \div n$). Há, portanto, ao menos um punhado de maneiras distintas de se fazer essa distribuição. A maioria delas, seguramente, não reconhecida pela escola (onde só se lida com métodos e medidas convencionais), porém todas envolvendo conceitos matemáticos. Nesse sentido, enquanto atividade humana, a matemática pode ser construída por alguém, de uma forma particular.

O caráter normativo da matemática não parece ser incompatível com a possibilidade da construção. A possibilidade do uso empírico ou ostensivo de uma mesma proposição é um traço marcante da matemática. Gottschalk (2004) reconhece a

possibilidade de construção ou de descoberta dos objetos matemáticos em vários momentos de sua reflexão:

Uma mesma proposição matemática pode ser empregada com uma função descritiva ou normativa, a depender do contexto. (pág. 310)

O caráter social da matemática é apenas um de seus aspectos, e não o que caracteriza sua natureza. (pág. 324)

Uma mesma proposição pode ter um uso gramatical ou empírico (descrição), dependendo da situação em que é aplicada. (pág. 325)

Embora estejam enraizadas em determinadas práticas e formas de vida, essas proposições (...) Fazem parte de nossas certezas, constituindo também uma imagem do mundo, da mesma forma que as afirmações do senso comum (temos certeza de que o mundo existe há milhares de anos, de que existem montanhas e rios, etc.). (pág. 324)

Isso não quer dizer que essa geometria tenha fundamentos empíricos, apenas que existem razões empíricas que levaram a uma determinada formulação geométrica, dentre várias outras razões (de natureza não empírica). (pág. 332) (*grifos do autor*)

Desse modo, não se vê nas reflexões de Gottschalk (2004) um antagonismo em relação ao construtivismo. O que se verifica é a tentativa de desfazer um equívoco decorrente da crença de que a matemática pode ser sempre construída ou verificada tal qual nas ciências empíricas, desconsiderando-se o caráter normativo de suas proposições.

Pode-se admitir então que a matemática é uma forma de organização da atividade humana. Daí porque ela pode ser construída ou descoberta: não há somente uma forma de se organizar uma atividade. A lógica envolvida no fazer matemático, na sua forma de organização, possibilita percepções e permite inclusive a revisão do modo como as atividades são organizadas. Isso parte de uma noção de sentido (alto, baixo, demorado, rápido etc.) obtida por meio da matemática. Aquela comunidade que outrora se utilizou de uma lata para dividir a água contida num caminhão-pipa, possivelmente perceberá que há outros métodos (ou instrumentos) mais eficientes de fazer a mesma tarefa e com o mesmo resultado. Nesse sentido, a matemática é também uma forma de enxergar o mundo. Até mesmo numa sala de aula, onde predomina uma matemática organizada pela comunidade científica, pode-se verificar elementos de uma organização particular, normalmente aperfeiçoada ano-a-ano, a depender do “rendimento” dos alunos.

Em primeiro lugar, não devemos nos esquecer de que o professor é uma pessoa, que organiza, ele próprio, sua atividade matemática.

Mesmo que uma pessoa seja cientificamente treinada, sua atividade não segue necessariamente as formas dedutivas aprovadas pela comunidade científica. (CARRAHER, CARRAHER E SCHLIEMANN, 2006, P. 12)

Reconhecidamente, quem mais contribuiu para o reconhecimento da lógica e da matemática como formas de organização da atividade humana foi o epistemólogo suíço Jean Piaget (1896-1980). Sua proposta de investigação procurou, a partir de tarefas experimentalmente criadas, analisar a organização das ações e explicitar as estruturas lógico-matemáticas implícitas (Carraher, Carraher e Schliemann, 2006). Essa perspectiva de análise inspirou educadores do mundo todo. Nos estudos de Genebra pode-se encontrar a resposta para uma questão especialmente relevante para este trabalho: afinal, a apropriação dos conceitos matemáticos é um fenômeno que só ocorre por meio da escola?

3.2 O conhecimento lógico-matemático e os esquemas de ação

O Movimento da Matemática Moderna – MMM, ocorrido nas décadas de 1960 e 1970 em vários países, inclusive no Brasil, consolidou a aproximação entre matemática e psicologia num plano educacional. O MMM propunha uma reforma nos conteúdos e na forma de ensinar matemática, visando uma melhor adequação às novas necessidades sociais, notadamente marcadas pela noção de desenvolvimento, modernização e aceleração tecnológica (Búrigo, 1990). Era, portanto, um anseio da sociedade de um modo geral, especialmente dos matemáticos, pedagogos e psicólogos da época. O aprofundamento crítico e teórico das diferentes correntes que influenciaram o MMM foge ao objetivo deste trabalho. Uma breve citação dos principais encaminhamentos do Movimento já é suficiente para dar uma noção de sua forte influência no ensino de matemática da escola atual, no Brasil e em vários outros países.

Três grandes áreas exerceram e sofreram influências do Movimento, no plano educacional: matemática, pedagogia e psicologia. Na matemática, por exemplo, a teoria dos conjuntos passou a dominar os livros e o ensino procurou dar maior ênfase na abstração, na precisão da linguagem matemática, no rigor lógico e na difusão do método dedutivo. Já na pedagogia, são dois os resultados mais visíveis. O primeiro deles consiste numa proposta de renovação pedagógica, baseada num ensino mais livre,

construtivo, no qual o interesse pessoal do aluno pudesse ser estimulado. A corrente construtivista passa, então, a ser a principal abordagem para o ensino da matemática. O segundo consiste na modernização dos programas de matemática visando sua adequação ao desenvolvimento psicológico da criança.

Os encaminhamentos do Movimento da Matemática Moderna, tanto na matemática quanto na pedagogia, se relacionam com aspectos psicológicos do aluno. Por esse motivo, o campo da psicologia educacional também influenciou e foi influenciado pelos encaminhamentos do Movimento, notadamente por meio da tendência construtivista da educação matemática que propunha, em linhas gerais, que o aluno participasse ativamente de seu processo de aprendizagem, construindo o próprio conhecimento a partir da interação com o meio ambiente. As diferentes perspectivas dentro do construtivismo, que tem no suíço Jean Piaget (1896-1980) seu principal representante, podem ser classificadas em experimental, antropológica e cognitivista (COBB, 1996).

A reconhecida teoria do conhecimento de Piaget apresenta como ponto central os estudos sobre a evolução natural-cognitiva da aquisição de conhecimentos. Para Piaget (1982), a aquisição de conhecimentos pela criança é gradual e emana da relação sujeito-objeto. Não haveria, pois, um conhecimento puramente empirista, imposto pelo meio ao sujeito como um reflexo das propriedades existentes no ambiente, como propõe o empirismo. Ao mesmo tempo, não poderia haver um conhecimento encubado, pré-formado na criança, à espera de maturação para se manifestar, como postula o apriorismo. O conhecimento seria algo construído da interação entre sujeito (com suas possibilidades) e ambiente (com suas propriedades). É, segundo ensina, um caso particular de adaptação biológica do organismo ao meio (PIAGET, 1982), no qual conceitos e operações matemáticas são construídos e, paulatinamente, se aproximam da matemática institucionalizada.

Para melhor compreensão do processo de aquisição do conhecimento, especialmente nos primeiros anos de vida do indivíduo, Piaget estabeleceu algumas distinções fundamentais entre o que chamou de conhecimento físico, conhecimento social-convencional e conhecimento lógico-matemático. O conhecimento físico seria o conhecimento que tem como fonte principal os objetos do mundo exterior. Desse conhecimento decorrem noções como, por exemplo, de que a bola rola, mas um bloco

não. Já o conhecimento social-convencional tem como fonte principal as convenções criadas pelas pessoas num contexto sociocultural. É o conhecimento adquirido por meio das interações e da cultura, mas que não se confunde com a teoria histórico-cultural de Vigotski, especialmente num ponto: Piaget vê a maturação biológica como condicionante do desenvolvimento cognitivo (daí porque esse desenvolvimento se dá, na perspectiva piagetiana, em fases). Assim, para Piaget, a língua, os dias da semana ou a própria matemática escolar (como se verá adiante) são exemplos do que chamou de conhecimento social-convencional.

Cabe destacar o ponto comum entre os dois tipos de conhecimentos – físico e social-convencional – vistos até aqui: ambos têm sua fonte no mundo externo ao indivíduo.

Já um terceiro conhecimento, definido por Piaget como lógico-matemático, caracteriza-se pelas relações mentais construídas subjetivamente pelo sujeito. Sua fonte não está no mundo externo, mas nas relações mentais que são estabelecidas a partir das percepções. De uma situação simples, como a apresentação de duas bolas iguais sendo, porém, uma azul e outra amarela, podem decorrer algumas conclusões subjetivas como, por exemplo, de que as bolas são diferentes (por causa das cores diferentes); ou de que são iguais (apesar das cores diferentes); ou, ainda, de que são semelhantes ou que são duas. As noções de “diferentes”, “iguais”, “semelhantes” ou “duas” são para Piaget exemplos de relações lógico-matemáticas construídas mentalmente, pois não existem no mundo físico; emanam de uma configuração subjetiva.

Piaget sustenta que a aquisição do conhecimento se dá por meio das ações generalizáveis e estruturadas dos indivíduos sobre o meio. Essas ações, que definiu como “esquemas de ação”, são, na verdade, mecanismos de interação gradual com o mundo e se iniciam na mais tenra idade. Assim, a ação de um bebê ao levar um objeto à boca ou de uma criança que empilha blocos de brinquedos são exemplos de esquemas de ação que vão se tornando mais complexos à medida que o indivíduo cresce.

É assim que, em presença de um novo objeto, ver-se-á o bebê incorporá-lo sucessivamente a cada um de seus esquemas de ação (agitar, esfregar ou balançar o objeto), como se se tratasse de compreendê-lo através do uso. (PIAGET, 1995, p. 20)

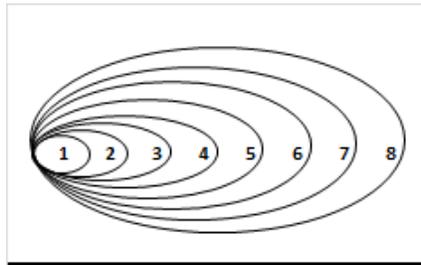
Nos esquemas de ação estaria a origem do conhecimento lógico-matemático e, conseqüentemente, dos significados básicos da matemática. Essa proposição é um ponto relevante da teoria de Piaget, pois elimina a ideia de que as crianças começam a aprender matemática na escola, ou seja, suas mentes não são uma tábula rasa. Como ensina Freitag (1997),

Ao entrar na escola, as crianças sabem comparar, colocar objetos em ordem, juntar e separar, contar de diversas formas para resolver problemas, fazer correspondências etc., e esses esquemas de ação lhes proporcionam os primeiros significados para os signos matemáticos ensinados na escola. (FREITAG, 1997, p. 51)

De fato, não é raro ver crianças introduzidas no ambiente escolar já sabendo contar até dez, corroborando a ideia de que chegam na escola com noções lógico-matemáticas. Mas a contagem é sempre um aspecto polêmico na obra de Piaget, já que o autor a entende como uma habilidade adquirida – pronta e estruturada – do convívio com adultos (e por isso teria dado a ela importância menor em seus estudos), enquanto vários outros autores sustentam que o ato de contar tem importante papel na construção de número (conforme Nogueira, 2006; Steffe, 1998; Brissiaud, 1989). Talvez esse ponto polêmico dos estudos de Piaget deva ser melhor esclarecido.

O que Piaget buscava em seus estudos eram explicações lógicas para entender o processo de construção do número sob perspectiva da epistemologia genética, e isso não significa que tenha relegado aspectos do conhecimento social, como a língua e a contagem. Em vários momentos de sua obra, ele admite que os significados matemáticos podem ser socializados pela ligação a sistemas coletivos de signos – como a língua. Um exemplo disso pode ser encontrado quando de seus estudos sobre a gênese do número na criança, em parceria com Szeminska (1975). Ao constatarem a dificuldade da criança em fazer inclusão de classes e perceber que a classe total é maior ou mais numerosa que a inclusa, Piaget e Szeminska enunciaram que “graças à linguagem, já pronta e transmitida pelo adulto, a criança se encontra mesmo, e relativamente cedo, de posse de um sistema de classes já hierarquizadas e incluídas umas nas outras” (1975, p. 229). Esse sistema ajudaria na apreensão de conceitos, como o de inclusão, de maior ou menor etc.

Figura 7 – Exemplo de inclusão hierárquica.



Fonte: Piaget e Szeminska (1975) (adaptado pelo autor)

Piaget reconhecia que a língua exerce papel não só na apropriação dos conceitos, mas também na evolução deles. Quando investigaram os conceitos de correspondência e equivalências em coleções correspondentes, Piaget e Szeminska concluíram que “no momento em que a correspondência se torna quantificante e dá assim nascimento a começos de equivalência, a numeração falada pode acelerar o processo de evolução” (1975, p. 97).

A ideia de que se deve desconsiderar a importância do conhecimento social para o desenvolvimento do conhecimento lógico-matemático não se sustenta, e nem se opõe ao caráter normativo da matemática, já que é também por meio da língua falada – aprendida e treinada, sem que haja a necessidade de explicação a priori – que conceitos matemáticos são socializados. O fato das crianças contarem antes mesmo de irem para a escola evidencia o uso oral da contagem antes do símbolo, fenômeno análogo ao que ocorre nos processos linguísticos, nos quais a fala surge antes da leitura. Esse fenômeno decorre da convivência nos diferentes espaços sociais nos quais a criança se insere desde seu nascimento, e nos quais a comunicação se dá predominantemente por meio da fala. A família é notoriamente um fator influenciador da fala, assim como o é também da contagem quando, por exemplo, um pai ou uma mãe dá à criança “um, dois, três” biscoitos, verbalizando essa contagem. Posteriormente, a criança poderá aprender os símbolos da linguagem matemática, e aquilo que ela via apenas empiricamente será cristalizado como norma, aplicável também a situações abstratas.

Freitag (1997) enxerga na estruturação numérica decimal outra evidência de que pela ligação a sistemas coletivos de signos os significados matemáticos podem ser socializados. A regularidade numérica (vinte e um, vinte e dois, vinte e três...) proporciona maior compreensão do sistema numérico de base dez (decimal), que,

conforme visto no capítulo anterior, pode ter sido concebido pela associação com a quantidade de dedos nas mãos.

É fácil reconhecer a socialização do raciocínio envolvida no uso dos sistemas de numeração quando procuramos responder perguntas tais como: Quantas dezenas temos em 238? E quantos setes? Enquanto a primeira pergunta é muito fácil – vemos as 23 dezenas – a segunda pergunta só pode ser respondida depois de uma pausa – durante a qual fazemos os cálculos. (FREITAG, 1997, p. 52)

O uso de palavras como “mais” ou “menos” em seus espaços sociais antes mesmo das crianças irem para a escola, reforça que, além da contagem, as noções de operações matemáticas são também socializadas pelo uso de sistemas coletivos de signos. A verbalização de um pedido, como “mais um”, com a noção de que isso “acrescentará” uma unidade, representa, além da noção de soma, uma coordenação entre os esquemas de ação e o uso da fala. Essa coordenação constitui-se em importante base cognitiva a partir da qual os conceitos matemáticos podem ser socializados, seja na escola ou mesmo fora dela.

3.3 A socialização da matemática na escola

Se por um lado a base que a criança traz consigo ao ingressar na escola é um ponto positivo, já que pode ser favoravelmente explorada como ponto de partida pelo professor, por outro, há o desafio de apresentar a essa criança novos significados e signos. Como ensina Freitag (1997), não há uma correspondência direta entre os esquemas de ação e os significados que devem ser atribuídos a signos matemáticos que serão vistos. Ao ingressar na escola, a criança é apresentada a um sistema de signos que transformará aquele pedido verbalizado de “mais um biscoito” numa representação simbólica de “+ 1”, processo que não se resume a um simples encaixe dos significados antigos aos novos.

Em outras palavras, os significados já conhecidos constituem a base do aprendizado, mas também são um obstáculo (...): os significados terão de ser transformados, socializados de acordo com o sistema de signos que as crianças estão aprendendo nas aulas de matemática. (FREITAG, 1997, p. 53)

Os significados derivados dos esquemas de ação são remodelados, isto é, passam por um processo de transformação dos significados do cotidiano em conceitos matemáticos. Freitag (1997) utiliza o termo “redescrição” para classificar esse processo. Embora saliente que o termo é predominantemente utilizado numa perspectiva cognitiva (conforme Karmiloff-Smith, 1992), a redescrição dos significados derivados dos esquemas de ação, na perspectiva aqui utilizada, é um processo de natureza social para Nunes, já que (1) os sistemas de representações a serem aprendidos são convencionais e (2) porque o aprendizado se dá em sala de aula, num ambiente de interação social. Em outras palavras, a socialização dos esquemas de ação na escola se dá de duas maneiras: por meio do aprendizado dos signos convencionais das operações e por meio de conexões específicas entre signos e significados.

Na escola, aprende-se que a expressão $a + b = c$ é uma forma de sintetizar todos os diferentes esquemas de ação relacionados a representações aditivas. Esse é um interessante exemplo para ilustrar a socialização por meio do aprendizado dos signos convencionais (embora a substituição de números por letras seja sempre um aspecto delicado, já que também requererá do sujeito redescrições dos significados atribuídos às letras). Ao mesmo tempo, aprende-se que as formas implícitas da expressão $a + b = c$, que são $a = c - b$ ou $b = c - a$, indicam mais do que a relação existente entre a adição e a subtração. As variações implícitas indicam que esquemas de ação antes vistos como diferentes devem ser tratados como iguais (Freitag, 1997), fato que reforça a ideia de complexidade no processo de encaixe dos antigos significados aos novos.

De modo análogo, a criança será levada a perceber mais à frente que a “continha de vezes” (multiplicação) é o inverso da divisão, ou seja, deverá compreender as multiplicações pela expressão $a \times b = c$ e que suas formas inversas, expressas por $a = c \div b$ ou $b = c \div a$, correspondem à operação de divisão.

Evidentemente, os signos convencionais ensinados na escola possuem um aspecto limitador, cujos impactos no raciocínio matemático serão discutidos mais à frente. No entanto, um exemplo de sua limitação pode ser aqui enunciado. Trata-se da soma (ou subtração) de números. A operação consiste em somar $25 + 6$. É perfeitamente possível realizar essa operação utilizando-se do algoritmo aprendido na escola, que consiste em organizar os dígitos em colunas, porém esse método só é aplicável se o

sistema numérico utilizado for o hindu-arábico⁴. Se o sistema numérico for o romano (também ensinado nas escolas), será impossível resolver o problema utilizando o mesmo algoritmo (embora as propriedades dos números sejam as mesmas). A figura 8 ilustra o uso do algoritmo, passo-a-passo, e o aspecto limitador dos símbolos convencionais.

Figura 8 – Algoritmo de soma para dois números.

SOMA COM ALGARISMOS HINDU-ARÁBICOS			
Passo 1:	Passo 2:	Passo 3:	
$\begin{array}{r} + 25 \\ \underline{6} \end{array}$	$\begin{array}{r} + 2\boxed{5} \\ \underline{6} \\ 1 \end{array}$	$\begin{array}{r} + \boxed{1}25 \\ \underline{6} \\ 31 \end{array}$	$\begin{array}{r} + 25 \\ \underline{6} \\ 31 \end{array}$
SOMA COM ALGARISMOS ROMANOS			
$\begin{array}{r} + XXV \\ \underline{VI} \\ ? \end{array}$			

Fonte: elaborado pelo autor.

Quanto à socialização por meio de conexões específicas entre signos e significados, vê-se que esse processo ocorre, geralmente, por meio de contextos ou situações-problema que facilitam a conexão entre um novo conceito e algo que já é conhecido dos alunos. Como já foi dito aqui, nem sempre uma proposição matemática é passível de ser comprovada empiricamente. No entanto, a contextualização tem se revelado um recurso eficaz e comumente utilizado por professores nas séries iniciais. Segundo Freitag (1997, p. 56),

A redescritção dos significados conhecidos e sua conexão com um novo conceito matemático depende de como o conceito é apresentado e utilizado na sala de aula. Por exemplo: é fácil ensinar multiplicação às crianças relacionando a multiplicação a adições repetidas de parcelas iguais. As crianças não têm dificuldade em entender que, quando elas somam 5 três vezes, essa operação pode ser simplificada ou substituída por “três vezes cinco”. (FREITAG, 1997, p. 56)

A mobilização da escola no sentido de socializar a matemática por meio do aprendizado dos signos convencionais das operações e de conexões específicas entre signos e significados, não garante que a criança opere seu raciocínio com a matemática

⁴ Esse é o sistema numérico composto pelos algarismos 0, 1, 2, 3, ..., 8 e 9, predominante no Brasil e no mundo.

escolar. Há uma reconhecida diferença entre a capacidade de resolver problemas por meio de esquemas de ação e por meio de representações formais aprendidas na escola. O esquema de ação pode ser fruto de uma experiência tão significativa e eficaz para a criança, que, mesmo que esteja na escola, ela pode prescindir de outra forma de resolver problemas.

Vários estudos sobre adição e subtração ilustram esse ponto: as crianças sabem resolver um problema usando esquemas de ação, sem saber que operação aritmética é adequada para calcular o resultado formalmente. (...) crianças pequenas conseguem resolver comparações entre conjuntos quando podem usar seus esquemas de contagem. (...) No entanto, as mesmas crianças não conseguem indicar que operação aritmética deve ser usada para resolver esse problema. (FREITAG, 1997, p. 54-55)

O que a escola propõe é o aprendizado da matemática por meio de um processo de socialização, no qual toda experiência anterior relativa à matemática é redescrita, dando gradualmente origem a novos conceitos matemáticos, próprios de práticas matemáticas culturalmente aceitas. Esse processo é complexo na medida em que os novos conceitos não se encaixam simplesmente nos conceitos pré-existentes. É preciso que haja remodelagem e redescrição. No entanto, o aspecto cultural da matemática e a diversidade de espaços sociais nos quais os indivíduos se inserem indicam a possibilidade de diferentes configurações de raciocínio, dentro e fora da escola, reforçando o caráter de atividade humana da matemática, sem que isso relativize suas propriedades fundamentais, como se verá adiante.

Em que pese o desenvolvimento do conhecimento lógico-matemático se inicie antes da vida escolar, é inegável que a escola representa um marco na socialização da matemática na vida do indivíduo. Isso porque, de modo geral, é na escola que a criança tem os primeiros contatos com as representações formais da matemática, culturalmente reconhecidas e aceitas. No entanto, Nunes e Bryant (1991) apontam que há diferenças entre a capacidade de resolver problemas por meio de esquemas de ação e por meio de representações formais. Além disso, há inúmeras evidências de que a socialização dos esquemas também pode ocorrer fora da escola.

O que a teoria de Piaget defende é que é possível encontrar na organização da ação elementos que indiquem quais estruturas lógico-matemáticas estão implicadas na própria ação do sujeito. A partir dessa ideia central, inúmeros trabalhos foram desenvolvidos, nos quais se vê contribuições importantes para a compreensão da

chamada “matemática informal”, ou seja, da matemática que não está na escola, mas nos ofícios, nas ruas, nos cotidianos das pessoas.

3.4 A socialização da matemática em contextos fora da escola

Já foi dito aqui que a matemática é uma ciência, mas que também pode ser entendida como uma atividade humana que se materializa na forma como as pessoas organizam suas ações. Essa condição peculiar permite que a socialização da matemática ocorra na escola – enquanto ciência – e nos cotidianos, nas ruas, nos ofícios – enquanto atividade humana. Como defende Freitag (1997), a socialização de esquemas de raciocínio⁵ também ocorre fora da escola, quando indivíduos estão envolvidos em determinadas práticas com cálculo. Sob a influência de outras práticas culturais (além da escolarização), bem como da diversidade de soluções práticas dificilmente representáveis pela matemática escolar, os indivíduos remodelam o pensamento e o orientam para a solução de uma necessidade concreta. Trata-se de um rico e surpreendente processo que tem nos cotidianos o cenário de socialização da matemática.

Em seus estudos sobre a “matemática de rua”, Carraher, Carraher e Schliemann, (2006) apontam que a teoria de Piaget explorou em detalhes a organização de ações que foram experimentalmente criadas para explicitar as estruturas lógico-matemáticas implícitas, mas deixou uma grande lacuna ao não ter investigado o desenvolvimento de estruturas lógico-matemáticas em contextos fora da escola. Para eles, os estudos de Genebra apresentam limitações.

Piaget propõe, então, a necessidade de sabermos como o desenvolvimento das estruturas lógico-matemáticas ocorre também fora da escola, considerando, ele próprio, como simples hipótese (ver Piaget, 1966) sua descrição do desenvolvimento cognitivo por estar baseada apenas em uma cultura e, ainda assim, restrita ao estudo de sujeitos escolarizados de uma forma particular. Piaget não espera que a escola seja o único ambiente responsável pelo desenvolvimento intelectual, mas reconheceu (1972) que seus estudos sobre o desenvolvimento da lógica da criança e do adolescente (Inhelder e Piaget, 1976) estavam limitados a tarefas estreitamente relacionadas

⁵ O uso da expressão “esquemas de raciocínio” é, conforme justificativa a autora, para designar maneiras de resolver problemas que, ao contrário dos esquemas de ação, podem ser aplicados a representações sintéticas como os números (pág. 55).

ao ambiente escolar, com ênfase nos problemas que fazem parte do ensino de ciências. (CARRAHER, CARRAHER E SCHLIEMANN, 2006, p. 12)

De fato, a escola não parece ser o único ambiente onde o desenvolvimento intelectual ocorre. As inúmeras habilidades de sobrevivência requeridas pela vida pressupõem que há um grande número de aprendizagens que a escola não tem tempo de considerar. Não se aprende na escola, por exemplo, a lidar com os transtornos que uma chuva inesperada pode causar. Essa é uma situação bem simples e corriqueira, mas que certamente exige estratégias. Se for um pedestre, onde poderá se abrigar? Qual a distância segura para se proteger da água que os carros arremessam quando passam por uma poça? Qual o caminho menos escorregadio? É melhor apressar o passo para se chegar logo ao destino, ou aguardar a chuva passar? Ao analisar o fato de que as pessoas desempenham com maior habilidade as tarefas em que têm mais prática, Cole (1977) sugere que os processos cognitivos podem ser de natureza situacional. Na matemática não parece ser diferente. Comumente se encontra pessoas não escolarizadas, mas que operam habilmente com uma matemática que lhes é útil no dia a dia. Ou pessoas que interromperam a trajetória escolar, mas operam com uma matemática que, em termos de currículo, não chegaram a ver na escola. Ou até mesmo pessoas escolarizadas operando a matemática de uma forma diferente daquela que aprenderam em sala de aula. São casos como esses que intrigam e apontam para a necessidade de conhecer melhor essa matemática inerente às atividades da vida diária.

Partindo da ideia piagetiana de que é possível encontrar na organização da ação elementos que indicam que estruturas lógico-matemáticas estão implicadas na própria ação dos sujeitos, vários autores se empenharam em preencher a lacuna existente nos estudos de Piaget. Desse modo, foram realizados diversos estudos com o objetivo de compreender melhor a operação da chamada matemática informal (ou de rua) motivada por situações rotineiras raramente contempladas pela escola. A maioria desses estudos encontrou nos ofícios – e nas soluções práticas que demandam – campos férteis para análise.

O interessante caso dos empacotadores de leite que pareciam raciocinar num sistema de base 16, ao invés do tradicional sistema decimal, exemplifica como a necessidade laboral pode orientar a operação do raciocínio matemático. Os

empacotadores de leite foram socializados com essa forma de pensar no local de trabalho porque cada caixa de leite continha 16 unidades. De fato, para um empacotador novato, socializado no sistema numérico decimal, devia ser difícil compreender que $214 = D6_{(16)}$ ⁶ pois a utilização de base diferente daquela culturalmente utilizada exige uma sofisticada remodelagem de raciocínio. Os empacotadores mais experientes haviam desenvolvido um raciocínio que, em linhas gerais, se utiliza de uma tabela de conversão (Tabela 2). Estudantes com o secundário completo, por exemplo, que não haviam desenvolvido essa forma de raciocínio, apresentavam soluções muito menos eficientes para os mesmos tipos de problemas enfrentados pelos empacotadores de leite (FREITAG, 1997, p. 56).

Tabela 2 – Tabela de conversão de sistemas.

SISTEMA NUMÉRICO	REPRESENTAÇÃO															
Decimal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Hexadecimal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F

Fonte: elaborado pelo autor.

Os estudos de Schliemann e Accioly (Carraher, Carraher e Schliemann, 2006) sobre o uso do conceito de análise combinatória por cambistas do jogo do bicho revelam que a experiência cotidiana, mais do que fomentar modos singulares de operação com conceitos matemáticos, pode ser significativa na medida em que propicia a compreensão de outros modelos subjacentes àqueles em que se opera com a matemática. Três grupos de sujeitos se submeteram aos procedimentos. O primeiro grupo era formado por vinte cambistas do jogo do bicho, cujo nível de escolaridade variava de zero a onze anos. O segundo grupo era composto de vinte estudantes, recém aprovados no exame vestibular, que tinham, pelo menos, doze anos de escolaridade. O terceiro grupo era formado por vinte trabalhadores, com idade escolar entre zero e onze anos, que desempenhavam funções no dia dia que não exigiam o uso da análise combinatória (era um grupo de controle). A metodologia consistiu em propor a esses grupos alguns problemas envolvendo a análise combinatória, parecidos com os tradicionalmente ensinados na escola. A análise dos resultados visava avaliar o nível de

⁶ O símbolo está indicando que 214 unidades, no sistema decimal, equivalem a 13 caixas (D), com resto 6, num sistema hexadecimal (16).

acerto das respostas e as conexões que os sujeitos faziam entre o problema proposto e o seu cotidiano. Os pesquisadores verificaram que os estudantes até tiveram melhor desempenho que os cambistas quanto ao nível de acerto das respostas. Provavelmente, esse resultado se deva à eficiência dos algoritmos treinados na escola para a geração de combinações e permutações. No entanto, quando se analisou a conexão que os grupos faziam entre os problemas apresentados e seus cotidianos, constatou-se que a maioria dos cambistas (treze) relacionou espontaneamente os problemas ao jogo do bicho, enquanto apenas cinco estudantes viram relação entre os problemas apresentados e sua experiência escolar.

Ao que parece, a experiência proporcionada pelo jogo do bicho contribui para a descoberta de como gerar sistematicamente todas as permutações possíveis entre elementos de um conjunto. A experiência escolar tomada como um todo contribui para o desenvolvimento dessa habilidade. No entanto, a experiência escolar específica não parece ter um papel relevante. (...) A instrução escolar sobre como computar, com fórmulas, o número de permutações não garante a compreensão do modelo subjacente. (CARRAHER, CARRAHER E SCHLIEMANN, 2006, p. 50).

Estudos com cinco crianças e adolescentes trabalhadores de 9 a 15 anos, com nível escolar entre 3ª e 8ª séries, reafirmam tanto as diferenças existentes entre métodos informais de resolução e métodos escolares, quanto a socialização da matemática por outras práticas cotidianas. Num primeiro momento, as crianças foram submetidas a um teste, denominado Teste Informal, que consistia em resolver problemas comuns no contexto em que normalmente operavam com a matemática (essas crianças trabalhavam com seus pais na feira, na barraca de cocos, vendendo pipocas etc.). Assim, no Teste Informal, questões como “Quanto é um coco?” e “Quero dez cocos. Quanto é dez cocos?” foram propostas pelo entrevistador (no papel de freguês) às crianças, e as respostas foram registradas. Em termos globais, dos 63 problemas apresentados no Teste Informal, 96,8% foram resolvidos corretamente (Carraher, Carraher e Schliemann, 2006, p. 34).

Num segundo momento, foi aplicado um outro teste, denominado Teste Formal, que consistia em resolver os problemas propostos no Teste Informal, porém agora representados matematicamente, numa tentativa de buscar uma representação formal da competência do sujeito. Se um coco custasse 35 no contexto real da crianças, a pergunta

“Quanto é dez cocos?”, formulada no Teste Informal, seria representada na forma de operação aritmética, isto é, por “ $10 \times 35 = \underline{\quad}$ ”, ou na forma de um problema tipicamente escolar.

No Teste Formal, a amostra de problemas selecionada aparecia: a) sob a forma de operações aritméticas a serem resolvidas sem qualquer contexto e a partir de sua representação no papel, ou b) sob a forma de problemas do tipo escolar, como “Maria comprou... bananas, cada banana custava..., quanto dinheiro ela gastou?”. Em ambos os casos, utilizou-se os mesmos números com os quais a criança havia trabalhado na situação informal(...) (CARRAHER, CARRAHER E SCHLIEMANN, 2006, p. 33)

No Teste Formal, 36,8% das operações aritméticas e 73,7% dos problemas foram resolvidos corretamente. O percentual de acerto foi significativamente maior no Teste Informal (96,8%), ocasião na qual as crianças e adolescentes puderam operar a matemática em situações reais, indicando uma decisiva influência do cotidiano sobre a solução de problemas. Além disso, no Teste Formal, observa-se que os resultados foram melhores nos problemas com contextos (73,7%) do que nas operações aritméticas simples (36,8%), evidenciando a dificuldade comum de resolver problemas por meio de representações que não remetam a um contexto que faça parte da cultura do sujeito. Tais resultados, sintetizados na Tabela 3, reafirmam a natureza situacional de certos processos cognitivos, apontada por Cole (1977) quando constatou que sujeitos podem demonstrar habilidades em determinado contexto e não em outro.

Tabela 3 – Resultados dos testes aplicados.

CRIANÇA / ADOLESCENTE	TESTE INFORMAL			TESTE FORMAL					
	ACERTOS	ERROS	TOTAL	a) operações aritméticas			b) problemas		
				ACERTOS	ERROS	TOTAL	ACERTOS	ERROS	TOTAL
M	18	0	18	2	6	8	11	0	11
P	17	2	19	3	5	8	11	5	16
Pi	12	0	12	3	3	6	11	0	11
MD	7	0	7	1	9	10	4	8	12
S	7	0	7	5	1	6	8	3	11
TOTAIS	61	2	63	14	24	38	45	16	61
% de acerto			96,83%			36,84%			73,77%

Fonte: Carraher, Carraher e Schliemann (2006).

Tão interessante quanto os resultados obtidos, que apontam um nível de acerto maior quando os problemas matemáticos se apresentam em situações reais, foram as

diferentes formas de raciocínio, descritas pelas crianças e adolescentes, que lhes permitiram responder às questões do Teste Formal. O problema do coco é um bom exemplo. O preço de uma unidade era 35, e o adolescente M., de 12 anos, respondeu corretamente à pergunta “Quanto é dez cocos?”. O raciocínio, verbalizado por M., foi (Carraher, Carraher e Schliemann, 2006, p. 32):

Três são 105, com mais três é 210

(pausa)

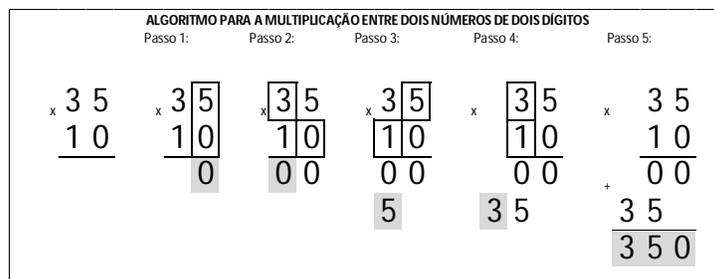
Tá faltando quatro. É...

(pausa) 315...

Parece que é 350”.

Esse é um modo de operação parecido com o utilizado pelos egípcios e descrito no Papiro de Ahmes, no qual se utiliza de composições aditivas. O “105”, resultado de “3 x 35”, é provavelmente um número que frequentemente aparecia no contexto de vendas. Daí porque foi memorizado, permitindo a composição de quantidades em grupos de três cocos, como fez M., ou até em grupos maiores ou menores. Carraher, Carraher e Schliemann (2006) defendem que a situação real possibilita a mobilização do raciocínio passando pela resolução de subproblemas para a resolução de um problema central. O método informal seria, portanto, mais rico e mais completo. No caso de M., o método tradicionalmente ensinado na escola orienta que se coloque um zero ao final, quando a multiplicação for por dez ($35 \times 10 = 350$), ou, de forma mais generalizante, que se utilize do algoritmo ilustrado pela figura 9.

Figura 9 – Algoritmo de multiplicação envolvendo dois números de dois dígitos.



Fonte: elaborado pelo autor.

A despeito da reconhecida eficácia do algoritmo acima, ao resolver a mesma multiplicação do modo como resolveu, pelo método informal, M. acabou por resolver

também, no mínimo, os seguintes subproblemas (Carraher, Carraher e Schliemann, 2006, p. 32):

- a) 35×10
- b) 35×3
- c) $105 + 105$
- d) $210 + 105$
- e) $315 + 35$
- f) $3 + 3 + 4$
- g) $3 + 3 + 3 + 1$

Um dado curioso é que no Teste Formal, M. apontou 125 como resposta para a conta “ 35×3 ” que ele resolve tão facilmente ao vender cocos. A explicação provavelmente decorra da confusão que os alunos fazem com o “vai 1” ensinado na escola: “3 vezes 5, 15; vai 1; 3 mais 1, 4; 3 vezes 4, 12” (Carraher, Carraher e Schliemann, 2006, p. 37). Essa é mais uma evidência do efeito limitador do sistema de signos, discutido aqui quando se analisou a socialização da matemática na escola. Quando se utiliza da representação escrita, o sujeito parece desconectar-se da situação real e conseqüentemente do significado dos números com os quais está lidando. De modo geral, ele é socializado na escola a seguir um determinado algoritmo (normalmente escrito) para operar o raciocínio. O algoritmo nesse caso parece ser o fim, e não o meio. É como se a resolução escrita provocasse certo “relaxamento” mental, já que os fatores e as etapas de solução ficam visivelmente registrados no papel. Ao contrário disso, a resolução de subproblemas proporcionada pela “aritmética oral” (Freitag, 1997) possibilita uma mobilização constante do raciocínio e conseqüentemente maior controle dos resultados parciais. Isso pode explicar o maior índice de acertos no método informal.

Em seus estudos sobre a matemática utilizada no ofício da marcenaria, Schliemann (Carraher, Carraher e Schliemann, 2006) constatou que a influência da escolarização na resolução de problemas não se dá sempre da mesma forma. Diante de um problema prático, aprendizes de marceneiros, que tinham ao menos seis anos de escolaridade e cujo conhecimento do ofício foi obtido numa escola de formação, não conseguiram utilizar o conhecimento que receberam sobre como calcular volumes de

objetos. Esses aprendizes também apresentavam métodos pouco eficazes ou demorados para a resolução do problema. Já entre os marceneiros profissionais, que tinham no máximo seis anos de escolaridade (alguns, inclusive, não escolarizados), verificou-se o uso frequente de métodos econômicos de resolução, como a multiplicação no lugar da adição, e a utilização recorrente de uma lista de peças-padrão que são frequentemente usadas no ofício.

O recurso de se utilizar de uma medida, peça ou operação já conhecida foi verificado também por Carraher (1986), quando investigou o uso do conhecimento de escalas⁷ por mestres de obras e estudantes. Na ocasião, os mestres de obras, diante de uma determinada planta de construção, buscavam encontrar a relação de medidas (escala) a partir de um conjunto de escalas já conhecidas (ou por serem usuais no ofício ou por já terem trabalhado com elas em algum momento), num método que a pesquisadora denominou de “Teste de Hipóteses”. Também foi comum entre os mestres de obras a tentativa de “descobrir” a relação entre os números da escala a partir de uma relação mais simples. Essa é uma questão já debatida: a matemática, enquanto atividade humana, se permite ser descoberta, embora o termo admita nesse particular uma conotação diferente:

Da mesma forma que uma mesma palavra adquire diferentes significados ao fazer parte de distintos jogos de linguagem, o conceito de descobrir em matemática tem um sentido diferente do descobrir empírico, o qual pressupõe que os objetos a serem descobertos já existem a priori. Além do que, a investigação na matemática se distingue dos procedimentos investigativos das ciências naturais. Por exemplo, não recorremos a um experimento para descobrir números primos. Para saber se um número é primo, recorremos a um processo finito de divisões desse número por todos os primos menores do que ele. Caso seja divisível apenas por 1 e por ele mesmo, dizemos que é primo. Em outras palavras, precisamos usar um método de investigação para “descobrir” se um determinado número é primo ou não. A lei geral acima que define o que é um número primo não “produz” números primos, não prevê toda sua sequência, não é uma fórmula que nos fornece todos os números primos. Apenas permite concluir se um número é primo ou não. Nesse sentido, não se trata de uma descoberta de algo que já existia de alguma maneira. “Descobrir” se um número é primo ou não é aplicar um método que nos permite concluir se esse número satisfaz as condições da definição de número primo. (GOTTSCHALK, 2004, p. 327)

⁷

Nesse conhecimento está implícito os conceitos de razão e proporção.

Já entre os estudantes, verificou-se o uso frequente do algoritmo da regra de três. O nível de acerto foi significativamente maior entre os mestres de obra. Mas uma questão relevante desse estudo está no significado que os participantes davam às suas respostas. Enquanto os estudantes pareciam se preocupar com a aplicação do algoritmo utilizado, sem se preocuparem se a resposta encontrada fazia ou não sentido (foco no método), os marceneiros procuravam encontrar uma resposta que atendesse ao contexto do problema.

Ao contrário da aprendizagem escolar, a experiência cotidiana parece enriquecer os números de significado. Assim, os mestres de obras eram mais eficientes do que os estudantes ao utilizarem a mesma estratégia, exibindo um número reduzido de erros quando a estratégia escolhida era apropriada. (CARRAHER, CARRAHER E SCHLIEMANN, 2006, p. 122)

Resnick (1982) propôs uma interessante distinção entre semântica e sintaxe na aprendizagem da matemática. Para ele, a sintaxe está relacionada a um conjunto de regras, como o “vai um” utilizado quando a soma de números em uma das casas dá um resultado maior do que 10. Já a semântica está relacionada ao significado dos números em um contexto de resolução. Carraher (1986) sustenta que a escola enfatiza mais a sintaxe (regras) do que a semântica, o que condicionaria o sujeito a buscar métodos aplicáveis à situação, porém sem a preocupação de questionar se o resultado faz sentido. Essa não é, de fato, uma situação rara num contexto escolar: mesmo diante de um resultado absurdo, o sujeito aceita-o sem questionar, já que “o cálculo está correto”. Noutra linha, os estudos sobre a matemática informal apontam para uma preocupação dos profissionais não apenas com o resultado, mas também com o significado – a semântica – do número encontrado. Sob essa perspectiva, a matemática utilizada nos ofícios parece ir além, já que o problema não termina quando se encontra um resultado. Para os profissionais, o que está em jogo é se o resultado encontrado atenderá à necessidade emergente da situação.

Um outro exemplo de variedade de modos de operação adotados pelas crianças e adolescentes é o dos limões na barraca da feira. Trata-se de um exemplo que evidencia que, apesar de haver instâncias isoladas em que provavelmente haveria memorização (o que não deixa de ser uma estratégia de resolução), na grande maioria dos casos as crianças paravam, refletiam e calculavam mentalmente antes de responder (Carraher, Carraher e Schliemann, 2006, p. 40). No caso específico, o entrevistador-freguês estava

interessado em saber quanto é 6 limões (os limões eram vendidos a 2,50, ou quatro por dez), e indagou P.:

E: Quanto é seis limões?

P.: (pausa)

Dono da barraca: Não sabe quanto é? Oxente!

P.: 15

E: Como você sabe?

P.: Eu aprendi.

E: Como você fez?

P.: 4 limões é 10 e 2 limões é cinco. Então são 15.

Os estudos apresentados aqui apontam para alguns traços bem característicos da “matemática dos ofícios”, decorrentes da decisiva influência do cotidiano sobre a solução de problemas. O primeiro deles é que se trata de uma matemática prática, que prioriza a viabilidade do resultado e não apenas o resultado em si. Na matemática dos ofícios, o profissional não busca “o” resultado, mas “um” resultado que atenda à necessidade, e faz isso utilizando-se quase sempre de métodos não-escolares. Trata-se de um traço distintivo bastante forte da matemática do cotidiano, especialmente porque dele decorre uma outra constatação: como a busca é por uma resposta viável, comumente se admite mais de uma resposta como solução do problema. A matemática não é, nesse contexto, uma ciência rígida, inflexível, mas um conjunto de regras a partir das quais pode-se, por métodos variados (inclusive um teste de hipóteses), chegar a resultados aceitáveis para situações específicas.

Outra característica está na valorização da experiência como elemento semântico. Na matemática informal, a experiência anterior, além de recurso para encontrar a solução de um problema novo, representa um elemento de validação da resposta encontrada. A experiência é o que faz o resultado ter ou não sentido para o profissional. Não por acaso, estudantes encontravam resultados absurdos e, portanto, inviáveis, mas aceitavam, pois faltava-lhes a experiência no ofício. A cotidianidade possibilita também a memorização dos resultados mais frequentes e sua utilização como estratégia de solução para uma situação nova. É o caso da composição aditiva utilizada pelos meninos da feira: o número 105, derivado de “3 x 35”, era conhecido pois

frequentemente se vendiam três cocos. O Teste de Hipóteses, recurso utilizado pelos mestres de obras, consistia numa relação de medidas habitualmente utilizadas no ofício.

A diversidade de modos de cálculos parece ser um traço comum na matemática informal. Como visto, o conjunto de signos e os algoritmos escolares são, em alguns casos, complicadores do aprendizado da matemática, já que conceitos socializados fora da escola não são simplesmente “encaixados” na linguagem vista na escola. Esse fato parece conduzir os sujeitos a criarem e a se utilizarem de métodos informais. Nesse contexto, prioriza-se, por exemplo, o cálculo mental e verbalizado em detrimento da escrita. O sujeito pode ter domínio de métodos informais de resolução, e não dominar os métodos escolares. A utilização desses métodos informais não conduz à imprecisão nos resultados, como se viu no caso das crianças e adolescentes que trabalhavam na feira e apresentaram elevados índices de acerto. Na ocasião, viu-se que o raciocínio desenvolvido lhes permitiu ter maior controle dos resultados parciais. No entanto, quando recorriam a métodos escolares para resolver os mesmos problemas, apresentavam dificuldades e, conseqüentemente, erravam com maior frequência. A operação dos conceitos matemáticos por métodos forjados nos cotidianos, pode ser, naquele contexto, mais apropriado e eficaz que métodos escolares.

Ao comparar conhecimentos científicos, normalmente mais próximos da instrução formal, e cotidianos, normalmente forjados nas situações espontâneas e concretas do dia a dia, Lopes (1999) afirma que não há “conhecimentos ‘melhores’ ou ‘piores’, mas diferentes, com racionalidades distintas, aplicadas a instâncias de realidade distintas” (1999, p. 120). Sobre a valorização dos conhecimentos cotidianos, Raad (2013, p. 16) complementa que

(...) muitas pessoas, apesar de não terem concluído a educação básica, operam de maneira peculiar, correta e, por vezes, sofisticada, com conceitos científicos em suas atividades de ofício. Quando consultadas a respeito da atividade do ofício que exercem, articulam as ideias entre si, bem como apresentam certa sistematização conceitual.

O fato da atividade não ser escolarizada não caracteriza a inexistência de matemática rigorosa e precisa em sua execução. Ao contrário, como se viu, a matemática informal pode apresentar nível maior de acerto em certos contextos. Dos cotidianos podem emergir interessantes formas de operação do raciocínio com conceitos

matemáticos. É na perspectiva de investigar essas formas diferentes de operação com a matemática nos ofícios que se desenvolve a proposta de pesquisa deste trabalho.

4. O OFÍCIO E OS PROCEDIMENTOS DE PESQUISA

A proposta deste capítulo é situar brevemente o azulejo e o ofício do azulejista num contexto histórico, artístico e cultural, e apresentar os procedimentos metodológicos utilizados para consecução dos objetivos deste trabalho. Não se pretende fazer uma abordagem histórica aprofundada sobre o azulejo e o azulejista, mas expor alguns fatos relevantes que, ao longo de sua história milenar, ajudam a compreender como essa peça de cerâmica e esse nobre ofício resistiram e permaneceram até os dias atuais, especialmente no Brasil.

Por se tratar de um contexto laboral sobre o qual o pesquisador tem pouco domínio, a primeira parte da pesquisa de campo consistiu na adoção de procedimentos metodológicos que visam compreender a atividade do azulejista e levantar os conceitos matemáticos implícitos. A partir daí, foi possível analisar o modo como esses conceitos são operados nesse ofício em particular.

4.1 O azulejo e o azulejista: uma breve contextualização

A palavra azulejo tem origem no idioma árabe (*al-zuleij*) e significa *pedra pintada*. Trata-se de uma peça de cerâmica, geralmente retangular, com duas faces, que podem ser lisas ou com certo relevo. A face visível pode ser colorida ou possuir uma única cor, e é geralmente esmaltada e impermeável, qualidade que decorre do processo de cozedura ao qual o revestimento é submetido.

Figura 10 – Exemplos de azulejo.



Fonte: www.elo7.com.br.

Sua utilização data da antiguidade, período que vai da invenção da escrita (4.000 a.C. – 3.500 a.C.) até a queda do Império Romano (476 d.C), mais precisamente no Egito e na região da Mesopotâmia. Com a expansão islâmica, o azulejo acabou penetrando no norte da África e na Europa por volta do século XV, época em que começou a ser também produzido pelos espanhóis. Chegou a Portugal no início do séc. XVI, inicialmente importado da Espanha. Portugal era, na época, grande produtor e exportador de cerâmica, razão pela qual não demorou a produzir azulejos, para consumo próprio, e a exportar, especialmente para Brasil, África e Índia. Em pouco tempo, o azulejo espalhou-se pela Europa, penetrando mercados importantes da época, como Itália e Inglaterra.

Apesar da expansão do mercado, em nenhum outro país o azulejo assumiu posição de expressão cultural e artística tão relevante como em Portugal. Os portugueses, a começar pelo rei Dom Manuel I, se deslumbravam com a peça e as possibilidades de configuração em revestimentos interiores e exteriores dos palácios. O Palácio Nacional de Sintra, antiga residência oficial do rei, foi uma das primeiras casas oficiais a ser revestida com azulejos, ainda importados da Espanha, em 1503.

Figura 11 – Azulejos do séc. 15 d.C, expostos no Pátio de Carranca, do Palácio Nacional de Sintra, em Portugal.



Fonte: www.museudoazulejo.pt.

A veneração dos portugueses pelo azulejo se eternizou com a criação do Museu Nacional do Azulejo, em Lisboa, na década de 1960. Lá se encontram coleções singulares e históricas de azulejos portugueses, que representam parte da expressão artística e cultural da história do país.

Figura 12 – Foto do Museu Nacional do Azulejo, em Lisboa, Portugal.



Fonte: www.museudoazulejo.pt.

A aplicação de azulejos, seja no chão ou em paredes, é feita por um profissional denominado azulejista (ou ladrilheiro). O ofício de azulejista é tão antigo quanto o azulejo. Em algumas sociedades, esse ofício é equiparado ao de um artista, dada a sua capacidade criativa de compor peças e desenhos, valorizando ambientes, distinguindo períodos históricos e expressando emoções. Pelas características geométricas das peças, o azulejista é, em geral, um profissional com aguçado raciocínio lógico-espacial.

Figura 13 – Foto da colocação de azulejo por azulejista.



Fonte: blog.cerbras.com.br.

No Brasil, o ofício de azulejista pertence ao ramo da construção civil e é reconhecido pela Classificação Brasileira de Ocupações – CBO, do Ministério do Trabalho e Emprego – MTE, como aplicador de revestimento cerâmico, pastilhas, pedras e madeiras. A descrição sumária de suas atividades pela CBO é:

Planejam o trabalho e preparam o local de trabalho. Estabelecem os pontos de referência dos revestimentos e executam revestimentos em paredes, pavimentos, muros e outras partes de edificações com ladrilhos, pastilhas, mármore, granitos, ardósia ou material similar, tacos e tábuas de madeira. Fazem polimento e lustram revestimentos. (Classificação disponível em <<http://www.mtecbo.gov.br>>)

Em geral, o profissional azulejista recebe seu treinamento de modo informal, por meio de um contato direto com a prática e supervisionado por outro profissional. Há no

Brasil alguns poucos cursos para formar azulejistas, geralmente oferecidos por escolas de formação profissional. No entanto, esses cursos não chegam a influenciar o mercado de trabalho, razão pela qual a formação é predominantemente informal. Em períodos de forte aquecimento do setor da construção civil, nos quais se verifica escassez de mão-de-obra, é comum as próprias empresas do ramo oferecerem a capacitação de pessoas para esse ofício. Após adquirir o conhecimento e a experiência no ofício, o azulejista pode atuar como empregado de uma construtora ou por conta própria. Infelizmente, trata-se de uma atividade de baixo prestígio social no Brasil, provavelmente por fazer parte do ramo da construção civil, setor econômico fortemente associado à baixa escolaridade de seus profissionais.

Mas a despeito do preconceito existente, a atividade do azulejista requer uma interessante lógica de consecução que envolve (implícita ou explicitamente) diversos conceitos matemáticos, especialmente geometria e aritmética, os quais são necessariamente requeridos pela atividade. No presente trabalho, busca-se, por meio da observação, análise e aplicação de pesquisa empírica identificar quais os conceitos matemáticos estão envolvidos e como o profissional azulejista os opera em sua atividade.

4.2 Procedimentos Metodológicos

Os procedimentos desta pesquisa foram planejados e divididos em três fases distintas, denominadas:

- 1) Mapeamento da atividade
- 2) Levantamento dos conceitos matemáticos; e
- 3) Aplicação de problemas.

A segunda fase ocorreu, por vezes, de forma concomitante com a primeira, já que foi possível numa mesma observação fazer anotações úteis a ambas as fases.

4.2.1 Fase 1: Mapeamento da atividade

Os objetivos desta fase são entender o fluxo da atividade do profissional azulejista, onde começa e onde termina, quais as etapas, a lógica e a ordem de execução.

E para atingi-los, mapeou-se a atividade do profissional sob uma perspectiva de processo. Davenport (2000) define um processo como uma série de atividades ordenadas pelo tempo e no espaço, com um início, um conjunto muito bem definido de entradas e saídas e uma finalidade. Já o Guia BPM CBOK (2009) define um processo como sendo “uma sequência definida de atividades ou etapas, executadas por equipamentos ou pessoas que tem por objetivo atingir uma meta”. Desse modo, pode-se concluir que um processo é uma sequência lógica e ordenada de atividades, com início e fim claramente definidos, e que possui um determinado objetivo, características que se observa na execução da atividade do azulejista.

Para viabilizar o mapeamento da atividade, foram agendadas observações *in loco* e entrevistas com um determinado profissional azulejista. As observações ocorreram nas cidades de Taguatinga e Park Way, no Distrito Federal, e as entrevistas ocorreram nesses locais e na residência do profissional, em Taguatinga, durante os meses de maio e junho de 2016. Durante as observações, o pesquisador fazia perguntas sempre que necessitasse de esclarecimento sobre algum detalhe do processo. Nas entrevistas, não houve um roteiro definido para as perguntas. O profissional descrevia sua atividade e o pesquisador ia fazendo pequenas intervenções na medida em que necessitava esclarecer algum ponto da fala do entrevistado. Este, por sua vez, respondia livremente. Tal procedimento, de entrevista aberta, se revelou o mais apropriado para essa fase de mapeamento, já que 1) era necessário explorar uma realidade pouco conhecida pelo pesquisador e 2) desejava-se obter o maior número possível de informações e especificidades da atividade do azulejista.

As observações e entrevistas foram registradas e gravadas, e possibilitaram ao pesquisador identificar três macroprocessos ou “grandes atividades”, com início e fim bem definidos, os quais foram denominados de:

Macroprocesso 1: Contrapiso;

Macroprocesso 2: Esquadro; e

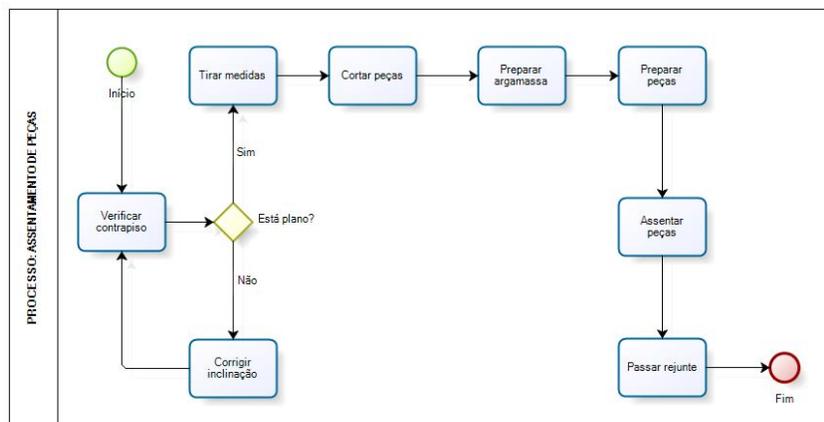
Macroprocesso 3: Assentamento

Optou-se por excluir desse mapeamento as atividades de revestimento e escadaria e delimitar à pesquisa às atividades de piso (solo). Essa opção não representa nenhum prejuízo para a pesquisa, uma vez que os conceitos matemáticos envolvidos,

seja com revestimento (parede), com escadas ou com solo (piso), são praticamente os mesmos.

O software *Bizagi Process Modeler* foi utilizado como ferramenta de ilustração de cada macroprocesso da atividade do azulejista. Trata-se de um software livre, amplamente difundido em organizações que praticam a gestão por processos, especialmente por possibilitar a elaboração de diagramas de fácil leitura e compreensão dos processos ou atividades, como se verifica no exemplo da figura 14.

Figura 14 – Exemplo de processo elaborado com o software *Bizagi Process Modeler*.



Fonte: elaborado pelo autor.

O diagrama é de fácil leitura e sua compreensão apoia-se numa notação específica, a qual está sintetizada pela figura 15.

Figura 15 – Notação de leitura de processos.

	Indica o início do processo.
	Indica que se deve aguardar um tempo específico antes de dar continuidade ao processo.
	Indica o fim do processo.
	Indica uma atividade, normalmente representada por um verbo no infinitivo.
	Indica que há uma decisão a ser tomada e que somente um dos caminhos possíveis pode ser seguido.
	Indica que não há decisão a ser tomada e que todos os caminhos possíveis devem ser seguidos simultaneamente.
	Sequência do fluxo do processo.
	Anotações e informações adicionais que facilitam a compreensão do processo.

Fonte: elaborado pelo autor.

Portanto, para a consecução da Fase 1 – Mapeamento da atividade – foram utilizadas as técnicas de observação, entrevista aberta e utilização de ferramenta de mapeamento de processo (software *Bizagi Process Modeler*). O produto desta fase são os diagramas de cada macroprocesso, os quais serão apresentados e discutidos no próximo capítulo.

4.2.2 Fase 2: Levantamento dos conceitos matemáticos.

Levantar os conceitos matemáticos envolvidos nos macroprocessos da fase anterior (Fase 1) e identificar a finalidade de cada um deles são os objetivos da Fase 2. Esse levantamento foi feito a partir das observações e entrevistas agendadas com o profissional azulejista. O pesquisador registrava as observações e a entrevista com o profissional (Fase 1), procurando, concomitantemente ou *a posteriori*, captar os conceitos matemáticos com os quais o profissional lidava. Esses conceitos apareciam explícita ou implicitamente na atividade. A utilização explícita, aqui definida como aquela que se caracteriza pela aplicação direta, visível e consciente do conceito, era denunciada na própria fala do profissional ou na execução da atividade (como no

cálculo de áreas, ocasião na qual a multiplicação era visivelmente operada; por vezes verbalizada). Já a utilização implícita caracteriza-se pelo uso indireto, não visível e/ou, muitas vezes, inconsciente do conceito, como ocorre no esquadramento de área, situação na qual o Teorema de Pitágoras é operado por um “macete” (que o profissional, de modo geral, não sabe explicar a origem ou o porquê) e em que noções geométricas de paralelismo e perpendicularismo são operadas de forma indireta, por meio do uso de instrumentos (linhas, espaçadores etc.).

Esta fase consistiu num mapeamento geral, livre, sem ter ainda a pretensão de buscar as articulações que o profissional estabelece entre os conceitos, tampouco como ele os opera (tais articulações serão melhor compreendidas na Fase 3). Sabia-se preliminarmente que conceitos de ângulo, área, multiplicação e divisão são inerentes ao ofício do azulejista, no entanto, a ideia era levantar todos os conceitos requeridos na organização e consecução da atividade: como são requeridos e para quais finalidades.

Para isso, utilizou-se a seguinte tabela que possibilitou fazer os registros durante as observações e entrevistas:

Tabela 4 – Levantamento de conceitos matemáticos.

CONCEITO	FORMA DE UTILIZAÇÃO	FINALIDADE
1. Multiplicação	1. Lado X lado 2. área X preço unitário	Cálculo de áreas/peças Cálculo de custos
2. Proporção	1. Se são 2kg para 5m ² , então serão 10kg para 25m ²	Ampliação/diminuição de áreas
3. Trigonometria	1. (...)	
4. (...)		

Fonte: Elaborado pelo autor.

Convém ressaltar que as fases 1 e 2 foram elaboradas também com o propósito de superar a dificuldade, existente até mesmo em adultos, de explicitar muitos conhecimentos que possuem implicitamente. Assim, perguntas diretas do tipo “quais conceitos matemáticos você usa aqui” foram substituídas pela observação, por entender que esta possibilitaria resultados melhores do que aquelas. Carraher, Carraher e Schliemann (2006) citam a linguagem como um caso emblemático que ilustra bem a dificuldade que uma pessoa tem de explicitar os próprios conhecimentos: “enquanto

falamos uma língua, usamos noções gramaticais implícitas na organização de nossa produção linguística, as quais não temos condições de explicar” (p. 16).

4.2.3 Fase 3: Aplicação de problemas

Após o mapeamento da atividade (Fase 1) e o levantamento dos respectivos conceitos envolvidos (Fase 2), foi possível formular alguns problemas contextualizados para a pesquisa de campo. Assim, a Fase 3 consistiu na elaboração e aplicação individual de sete problemas a oito profissionais azulejistas, em diferentes obras, dias e locais do Distrito Federal (o profissional participante das Fases 1 e 2 não participou da Fase 3), entre os meses de junho a setembro de 2016. A escolha dos profissionais se deu de modo aleatório, já que o pesquisador percorreu diversas obras, perguntando ao responsável (geralmente, um engenheiro) se seria possível realizar a pesquisa com algum profissional azulejista. Em algumas situações, não havia profissional disponível, já que a obra é gerida por fases, e a fase do assentamento de peças (ladrilho) ou não havia iniciado ou já havia passado. Em outras, o examinador não encontrou o responsável ou não obteve autorização. Houve também um caso em que o profissional, embora autorizado, não quis participar. Não havia, portanto, como os profissionais participantes da pesquisa se conhecerem.

Os problemas eram apresentados após alguns minutos de uma boa conversa, ocasião na qual foram obtidos informalmente os dados de perfil (idade, escolaridade, anos de experiência etc.) de cada participante. Cuidou-se para que os problemas fossem apresentados sucessivamente e no decorrer da interação pesquisador-participante, com grau de dificuldade crescente, sempre de forma verbalizada e informal (pretendeu-se não dar ao momento um caráter de prova ou teste) e pelo mesmo pesquisador, que se absteve de se apresentar como professor de matemática. Quando o problema fazia referência a uma área, a respectiva figura ilustrativa era apresentada. Papel, lápis e caneta foram disponibilizados a cada participante, mas não houve incentivo ao seu uso (apenas um participante se utilizou desses instrumentos e apenas uma vez). Os profissionais podiam recorrer ao uso da calculadora (ou qualquer outro recurso), o que aconteceu com certa frequência. A forma de resolução era livre (mental, escrita, verbalizada etc.), mas a resposta deveria ser sempre verbalizada para que o examinador

a registrasse. Quando o profissional verbalizava a resposta, o examinador buscava compreender, por meio do diálogo, a forma como o profissional chegou ao resultado apresentado. Raciocínios que foram verbalizados foram registrados. Alguns diálogos foram gravados, outros não (ou porque não houve autorização ou devido ao barulho que se verificava no canteiro de obras).

Os objetivos da pesquisa e a realização das fases anteriores – Mapeamento da atividade e Levantamento dos conceitos matemáticos – já haviam possibilitado a compreensão da atividade, de modo que foram definidos quatro tipos (ou categorias) de problemas, organizados em ordem crescente de dificuldade, conforme definições da Tabela 5 abaixo:

Tabela 5 – Tipos de problemas.

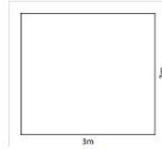
DESCRIÇÃO	
Tipo 1	Compreende uma situação comumente vivenciada pelo profissional em seu cotidiano de trabalho.
Tipo 2	Compreende uma situação incomum ao ambiente de trabalho do profissional, porém aplicável à sua atividade.
Tipo 3	Compreende uma situação que envolve os mesmos conceitos matemáticos comumente trabalhados no cotidiano do profissional, porém em um contexto diferente do seu ofício.
Tipo 4	Compreende uma situação que envolve apenas os macroprocessos do contrapiso e/ou do esquadro (exclui o assentamento).

Fonte: Elaborado pelo autor.

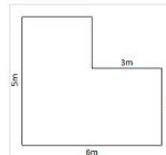
A definição do tipo de problema orientou a formulação dos sete problemas, de forma que esses possibilitassem a compreensão, pelo pesquisador, do modo de operação matemática utilizada pelo profissional azulejista. Na aplicação dos problemas, procurou-se enunciá-los sem formalismos, no decorrer da conversa, buscando sempre a aproximação com a linguagem do profissional. Após a enunciação, a figura geométrica correspondente ao problema, era apresentada (exceto para os problemas 6 e 7, que intencionalmente, não possuíam uma figura específica correspondente). Os problemas elaborados estão ilustrados na figura 16.

Figura 16 – Problemas e respectivas figuras de áreas.

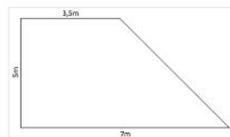
E1: Quanto de piso eu vou precisar para cobrir essa área? A peça tem 25cm por 25cm.



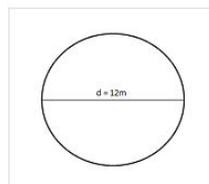
E2: A área tem um formato em “L”, conforme a figura abaixo. A peça tem 30cm por 30cm. Quanto de piso eu vou precisar para cobrir essa área?



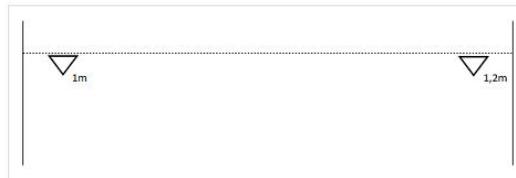
E3: A área tem um formato de trapézio, com as medidas abaixo. Quanto de piso eu vou precisar para cobrir essa área?



E4: A área é de uma igreja e tem formato circular, da porta de entrada até o altar tem 12 metros (ou seja, raio medindo 6 metros e o diâmetro medindo 12 metros). Quanto de piso eu vou precisar para cobrir essa área?



E5: Na parede abaixo, para onde está a queda de água (ou o caimento ou o desnível)?



E6: Uma plantação tem 5.000m² de área que precisa ser coberta por um defensivo agrícola. Cada litro do defensivo cobre uma área de 25m². De quantos litros de defensivo eu vou precisar?

E7: Como verificar o esquadro do cômodo em que se encontra?

Fonte: Elaborado pelo autor.

O Problema 1, por exemplo, é tipicamente do Tipo 1, pois propõe uma situação comumente vivenciada pelo profissional e que envolve conceitos matemáticos que lhe são usuais em seu dia a dia. Já o Problema 6 é tipicamente do Tipo 3, pois aborda o uso dos mesmos conceitos matemáticos comumente utilizados no ofício do profissional, porém num outro contexto. Este problema é útil para, entre outras coisas, identificar a capacidade de compreensão, pelo profissional, da aplicação do conceito matemático em um modelo subjacente ao de seu cotidiano.

Os problemas do Tipo 4 foram elaborados de modo a confirmar uma situação identificada quando das Fases 1 e 2: há dois tipos de azulejistas, algo que na discussão dos resultados será melhor detalhado.

Assim, após a definição de tipos e a elaboração dos sete problemas aplicáveis, os quais serão detalhadamente discutidos no próximo capítulo, a distribuição ficou assim definida, por ordem e por tipo:

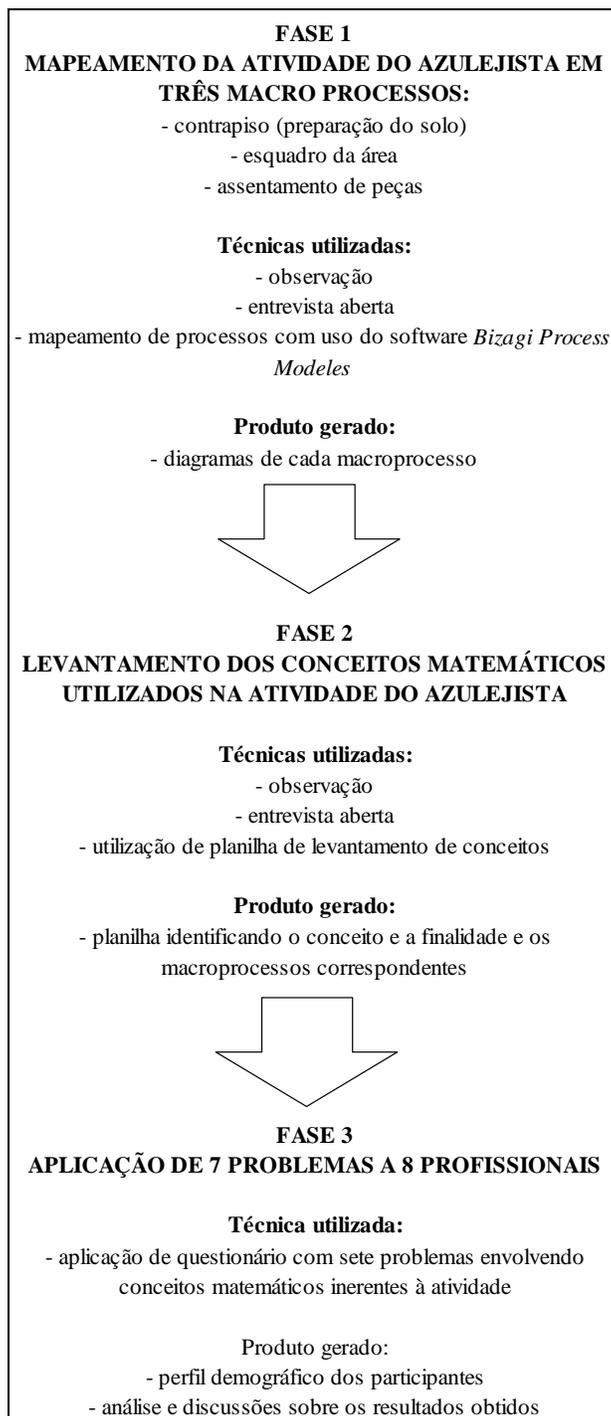
Tabela 5 – Tipos e referências dos problemas propostos.

	DESCRIÇÃO	REFERÊNCIAS
Tipo 1	Compreende uma situação comumente vivenciada pelo profissional em seu cotidiano de trabalho.	Problemas nº 1 e 2
Tipo 2	Compreende uma situação incomum ao ambiente de trabalho do profissional, porém aplicável à sua atividade.	Problemas nº 3 e 4
Tipo 3	Compreende uma situação que envolve os mesmos conceitos matemáticos comumente trabalhados no cotidiano do profissional, porém em um contexto diferente do seu ofício.	Problema nº 6
Tipo 4	Compreende uma situação que envolve apenas os macroprocessos do contrapiso e/ou do esquadro (exclui o assentamento).	Problemas nº 5 e 7

Fonte: Elaborado pelo autor.

O quadro a seguir (Figura 17) sintetiza as fases, as técnicas utilizadas e os produtos gerados com a adoção dos procedimentos metodológicos desta pesquisa.

Figura 17 – Resumo dos procedimentos metodológicos.



Fonte: Elaborado pelo autor.

5. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Este capítulo se destina à apresentação e discussão dos resultados desta pesquisa. Sua estrutura acompanha cronologicamente os fatos, conforme as fases enunciadas no Capítulo 4, que detalham os procedimentos metodológicos utilizados. Os resultados das duas primeiras fases – Mapeamento da atividade e Levantamento dos conceitos matemáticos – foram obtidos por meio da observação e da entrevista aberta, sem um roteiro definido, por meio da qual o pesquisador pretendeu obter o máximo de informações sobre o tema, a partir do diálogo livre com o entrevistado.

Já os resultados da terceira fase – Problemas propostos – foram obtidos por meio da aplicação de sete problemas a oito azulejistas, em diferentes locais do Distrito Federal. O profissional que participou das duas primeiras fases da pesquisa não participou da terceira fase.

5.1 Resultados da Fase 1: Mapeamento da Atividade

O objetivo desta fase era compreender a atividade do azulejista numa perspectiva de processo, com sequência, início e fim bem definidos. Em uma rápida observação, foi possível verificar que a atividade do profissional azulejista segue necessariamente uma lógica de ordenação. Bastou, para isso, entender que não é possível, por exemplo, assentar a peça sem antes preparar o nível; ou tirar o esquadro sem que uma paginação já tenha sido definida. Existem diversas relações de ordem e precedência exigidas pela natureza do ofício. Mas quais relações são essas?

Por meio da observação e da entrevista, foi possível identificar três macroprocessos (ou grandes atividades) que ilustram essas relações, os quais se denominou de Contrapiso, Esquadro e Assentamento. Na organização e execução das etapas de cada um desses macroprocessos, é possível identificar conceitos matemáticos implícitos. Os produtos desta fase são os diagramas que detalham o fluxo de cada macroprocesso.

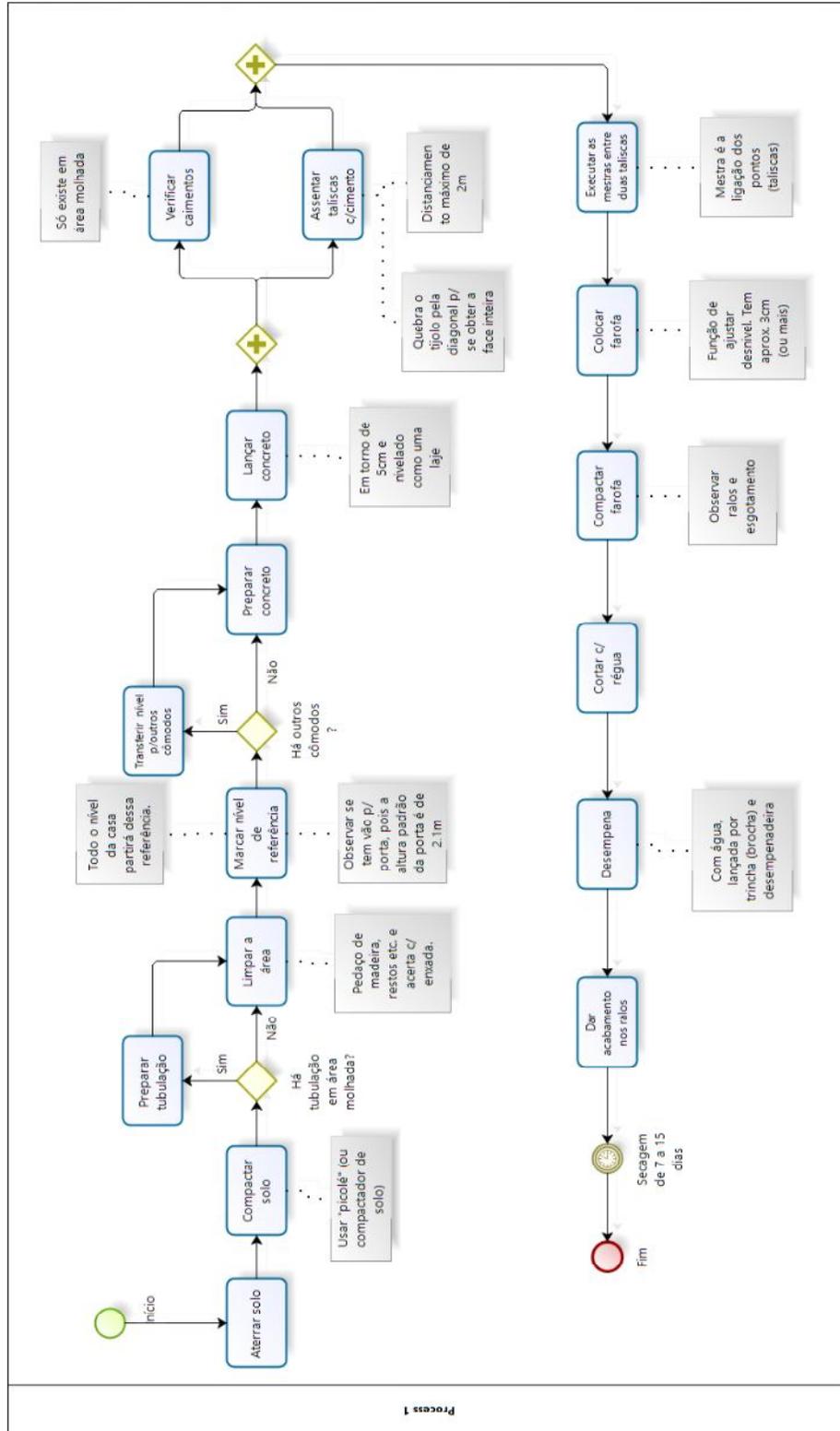
5.1.1 Macroprocesso Contrapiso.

O contrapiso é o processo que prepara a área (solo) para receber a peça (ou piso). Sua preparação é muito importante pois um contrapiso mal feito certamente resultará em problemas na hora do assentamento (desnível, falta de aderência etc.) e pós-assentamento (peças fofas, poças d'água, infiltrações, rachaduras etc.). O processo inicia-se com um mapeamento da área para verificar a necessidade de correção do solo. Nem sempre é necessário aterrar ou nivelar o solo. Em seguida, vem a preparação de tubulações hidráulicas (especialmente nas chamadas “áreas molhadas”, como cozinha e banheiro), tiragem de nível e preparação do cimento. O processo finaliza com o acabamento nos ralos (quando existirem).

Numa perspectiva piagetiana de análise, é possível identificar, já na organização da atividade, elementos do raciocínio lógico-matemático do profissional, como por exemplo o ordenamento das etapas, a proporção entre areia e cimento, o paralelismo entre as madeiras “mestras”, entre outros.

A figura 18 ilustra todos os passos na execução do macroprocesso contrapiso.

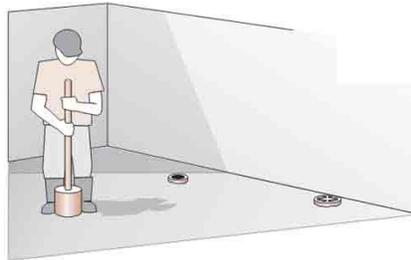
Figura 18 – Macroprocesso Contrapiso



Fonte: Elaborado pelo autor.

Um detalhe interessante é o curioso vocabulário técnico utilizado pelo profissional. Termos como “picolé” (equipamento utilizado para compactar o solo, normalmente construído pelo próprio profissional), “farofa” (mistura seca de cimento e areia) e “barriga” (ponto de ondulação existente em paredes não alinhadas), por exemplo, recebem outra conotação no ambiente da construção civil.

Figura 19 – Ilustração do uso de um “picolé” para compactar solo.



Fonte: engenheiroonline.wordpress.com.

A todo instante num canteiro de obras, ouve-se palavras sendo usadas com sentido diferente daquele culturalmente difundido, evidenciando um jogo de linguagem próprio do ofício. Essa é uma evidência do papel que as formas de vida têm na utilização das palavras (Golttschalk, 2004).

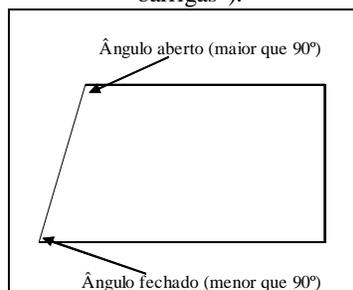
Nem toda área está consideravelmente desnivelada, assim como nem todo cômodo terá tubulação, mas se houver, deve-se tomar alguns cuidados. O nível do piso deve estar preparado para conduzir a água para o ralo, evitando poças d'água. O encanamento, além de desnivelado, deve ter adequado dimensionamento para que a água escoar com a velocidade necessária. Essas preocupações são mais comuns entre profissionais que pegam a empreitada completa, que vai da preparação do solo até o assentamento do piso.

5.1.2 Macroprocesso Esquadro.

O segundo macroprocesso identificado é o esquadro. Tirar o esquadro de uma área significa, em termos matemáticos, assegurar-se de que os cantos formam ângulos retos (de 90°) e que as paredes acompanham a formação desses ângulos. Caso contrário, isto é, caso as paredes não estejam alinhadas (possuem “barrigas”) e/ou formem ângulo agudo (menor que 90°) ou obtuso (maior que 90°), será possível, no momento em que se

tira o esquadro, minimizar visualmente no piso os defeitos de desalinhamento nas paredes.

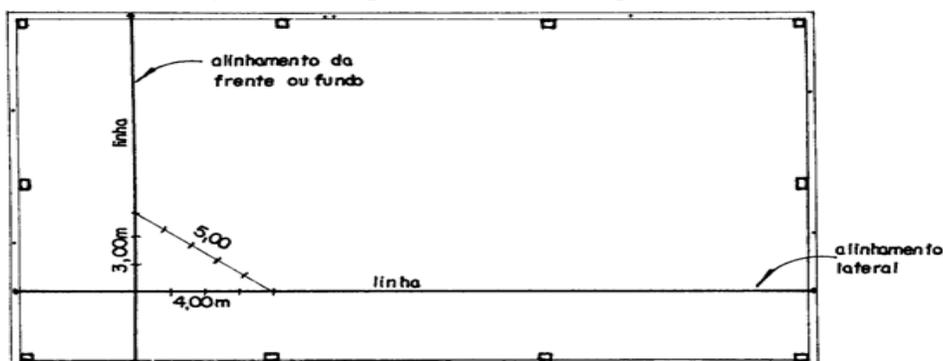
Figura 20 – Exemplo de cômodo com ângulos aberto e fechado, formados por paredes alinhadas (sem “barrigas”).



Fonte: elaborado pelo autor.

A possibilidade de o cômodo não estar no esquadro desaconselha que o profissional comece o assentamento colocando uma peça no canto desse cômodo. Isso porque, se a parede do cômodo estiver desalinhada, a peça acompanhará esse desalinhamento, produzindo um desperdício de peças e um efeito visual desagradável. É recomendável, portanto, que o azulejista verifique o esquadro antes de iniciar o assentamento. Essa verificação é feita com o auxílio de duas linhas que se cruzam. O assentamento da primeira peça deverá ocorrer justamente a partir do ponto onde as duas linhas se cruzam, desde que esse ponto forme um ângulo de 90° , ou seja, tem que haver perpendicularidade (conceito matemático envolvido nessa ação) entre as linhas.

Figura 21 – Exemplo de cômodo com o esquadro tirado.



Fonte: www.meiacolher.com.

É interessante a forma como o profissional se assegura de que o cruzamento das linhas forma um ângulo de 90° . De modo geral, ele se utiliza, como diz, de um macete que é, na verdade, um caso particular de aplicação do teorema de Pitágoras⁸. Na figura 20 é possível visualizar a utilização desse macete: as duas linhas se cruzam num ponto. A partir desse ponto, o profissional mede e marca 4 metros de distância numa das linhas, e mede e marca 3 metros na outra linha (essas medidas – 3 e 4 metros – são bastante utilizadas pelo profissional, mas não são as únicas, como se verá adiante). Em seguida, mede a distância entre os pontos marcados, como se estivesse formando um triângulo. Se a distância entre os pontos, neste caso (e pela aplicação implícita do Teorema de Pitágoras), for de 5 metros, pode-se dizer que o profissional “tirou o esquadro”, ou seja, o ângulo é necessariamente de 90° , pois, como ele próprio diz, “3 e 4 tem que dar 5”⁹. É nesse canto formado pelas linhas, onde foi atestada a medida de 5m (figura 20), que o profissional assentará a primeira peça a partir da qual seguirá completando as fileiras de peças, sempre acompanhando a linha e garantindo, por meio de um espaçador, o paralelismo e a perpendicularidade entre peças e fileiras (Figura 22).

Figura 22 – Uso do espaçador para garantir paralelismo e perpendicularidade.



Fonte: www.meiacolher.com.

A aplicação do esquadro possibilita que as diferenças de alinhamento fiquem no canto da parede, como na Figura 23, “escondidas” aonde normalmente ficam os armários ou outros móveis. Essa é uma evidência da preocupação estética herdada pela atividade desde o surgimento do azulejo. Bons azulejistas costumam ter essa preocupação. Para casos mais graves de desalinhamento nas paredes do cômodo, é

⁸ O famoso teorema é aplicável ao triângulo retângulo (que possui um ângulo de 90°) e afirma que o quadrado da hipotenusa (maior lado) é igual à soma dos quadrados dos catetos (lados menores).

⁹ Essa afirmação decorre da expressão $3^2 + 4^2 = 5^2$. Mas há outros “macetes” utilizados pelo profissional, como “60cm e 80cm dá 1 metro” ou “30cm e 40cm dá 50cm”, decorrentes do Teorema de Pitágoras.

comum a utilização de uma “paginação” (sentido de colocação das peças) diagonal, pois entende-se que, assim, a percepção dos defeitos existentes será menor.

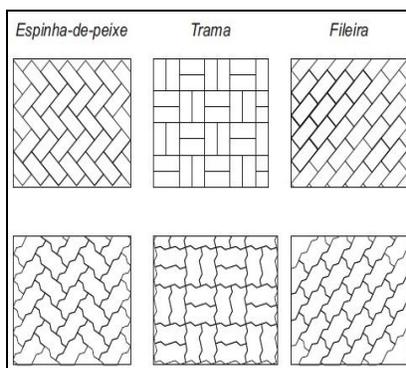
Figura 23 – Exemplo de diferenças de alinhamento da parede.



Fonte: www.meiacolher.com.

A paginação padrão é aquela que parte da porta (entrada do cômodo), colocando a peça inteira (sem recortes), e finaliza com as peças recortadas na parede (fundo do cômodo). Quando a obra tem a supervisão de um arquiteto, é ele quem normalmente projeta a paginação (sentido de colocação das peças) e a passa para o azulejista, que é o profissional encarregado de executar o projeto para o piso.

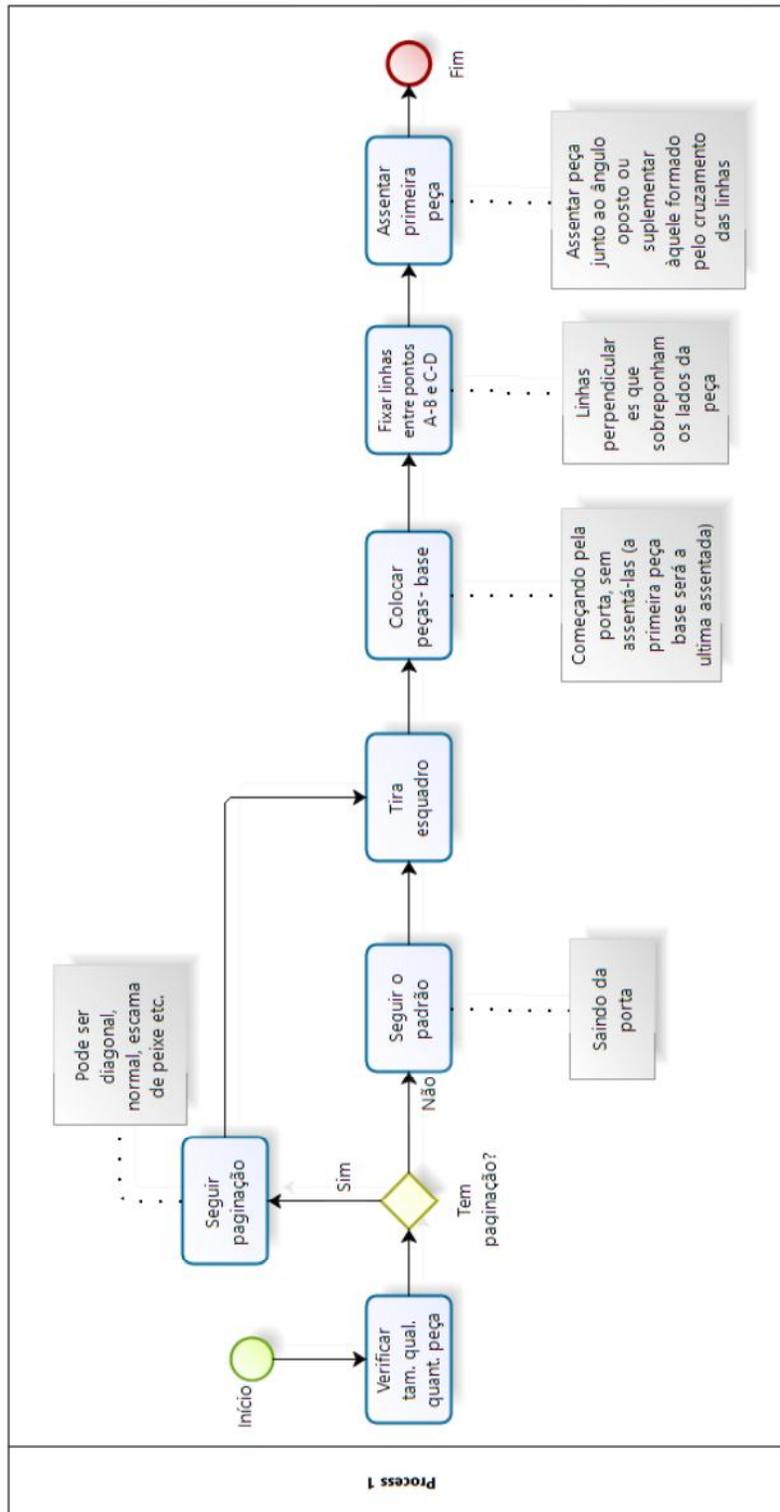
Figura 24 – Exemplos de paginação de piso.



Fonte: www.meiacolher.com.

O processo de esquadro segue as etapas mapeadas e ilustradas no diagrama a seguir (Figura 25):

Figura 25 – Macroprocesso de Esquadro



Fonte: Elaborado pelo autor.

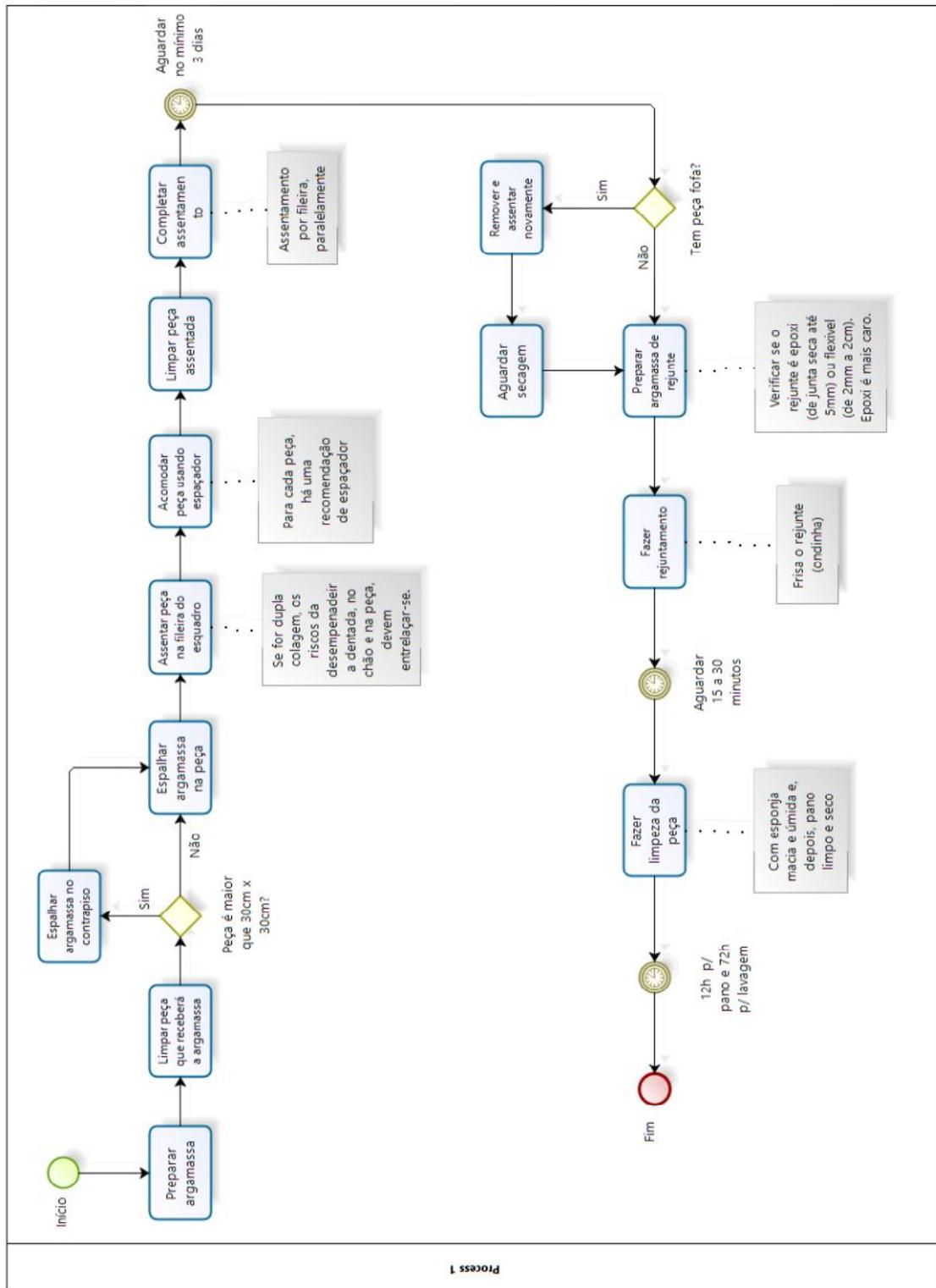
5.1.3 Macroprocesso Assentamento

Uma vez elaborado o contrapiso e tirado o esquadro do cômodo, pode-se agora assentar a peça. Este é o terceiro e último macroprocesso da atividade do azulejista. No assentamento, seguem-se os passos identificados no diagrama abaixo (Figura 26).

Quando a peça é menor que 900cm² (por exemplo, menor que uma peça de 30cmX30cm), utiliza-se da “colagem simples”, que consiste em aplicar a argamassa – espécie de cola para pisos – apenas no contrapiso. Se a peça for maior ou igual a essa medida, utiliza-se da “dupla colagem”, que consiste em aplicar a argamassa na peça e no contrapiso. A dupla colagem é a técnica utilizada para garantir maior aderência da argamassa às peças grandes, evitando bolhas de ar que podem resultar em peças fofas. Sua aplicação é feita com o auxílio de uma desempenadeira dentada.

O assentamento da primeira peça se dá justamente no encontro das linhas que foram utilizadas para se tirar o esquadro, conforme evidenciado no macroprocesso anterior. A primeira fileira deve necessariamente acompanhar a linha.

Figura 26 – Macroprocesso de assentamento.



Fonte: Elaborado pelo autor.

5.2 Resultados da Fase 2: Levantamento dos conceitos matemáticos

O objetivo desta fase foi levantar quais são os conceitos matemáticos envolvidos em cada macroprocesso da atividade do azulejista, e quais suas finalidades. Para esse levantamento, foram utilizados os métodos da observação e da entrevista aberta, nas quais o profissional poderia falar livremente e o pesquisador somente atuaria quando precisasse esclarecer algum ponto sobre o qual tenha tido dúvida. Os conceitos foram identificados naturalmente, sem que houvesse perguntas diretas, do tipo “que conteúdo da matemática você utiliza aqui? ”. Alguns conceitos são operados de forma explícita; outros o são de forma implícita. O processo adotado visou identificar os conceitos utilizando-se apenas da observação e descrição da atividade, sem que o entrevistado os soubesse, dissesse ou enunciasse (embora alguns conceitos explicitamente utilizados, como os de multiplicação, tivessem sua operação comumente verbalizada). A fase anterior, de mapeamento da atividade, também serviu de insumo para a identificação dos conceitos matemáticos nesta fase. O pesquisador fazia intervenções apenas quando havia alguma necessidade de esclarecimento. Comumente, se viu com clareza o uso de conceito matemático na organização da ação, como, por exemplo, quando se preparava a “farofa” para o contrapiso: o profissional despejou um carrinho de cimento e três de areia, indicando trabalhar com noções de proporcionalidade. Na montagem do painel para verificação do esquadro, também foi possível detectar o uso do conceito de simetria.

Como produto deste levantamento, produziu-se a tabela 7 a seguir:

Tabela 7 – Levantamento de conceitos matemáticos utilizados nos macroprocessos.

MACROPROCESSO	CONCEITO	FINALIDADE
Contrapiso	Volume	Cálculo da quantidade de material (areia, brita, cimento etc.) necessário para compactação do solo.
	Área	Cálculo da área.
	Paralelismo	Cálculo do nível. Execução das “mestras”
	Operações aritméticas	Cálculo de área, volume, peças, orçamentos etc.
	Proporção	Preparação de “farofa”.
Esquadro	Ângulo	Verificação de esquadro do cômodo.
	Teorema de Pitágoras	Verificação de ângulo reto.
	Paralelismo	Fixação de linhas de apoio e assentamento de peça. Rodapés.
	Perpendicularismo	Fixação de linhas de apoio e assentamento de peça.
	Simetria	Assentamento e recorte de peças. Montagem de painel.
	Área	Cálculo da área onde o piso será assentado. Recorte de peças.
	Teorema de Pitágoras	Verificação de ângulo reto.
	Operações aritméticas	Cálculo da quantidade de peças e recortes necessários. Orçamento
Assentamento	Proporção	Cálculo da quantidade de material (argamassa, rejunte, cimento etc.) necessário para assentamento.
	Área	Cálculo da área onde o piso será assentado. Recorte de peças.
	Operações aritméticas	Cálculo da quantidade de peças e recortes necessários. Orçamento.
	Paralelismo	Fixação de linhas de apoio e assentamento de peça. Rodapés.
	Perpendicularismo	Fixação de linhas de apoio e assentamento de peça.
	Teorema de Pitágoras	Verificação de ângulo reto.
	Porcentagem	Cálculo da margem de segurança: 10% ou 15% (se diagonal). Garantia de mesmo lote de peças para manutenções futuras.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Vê-se que há uma diversidade de conceitos matemáticos utilizados na atividade do azulejista. Algumas finalidades não são comuns a todos os profissionais, como, por

exemplo, calcular material necessário ou fazer o orçamento do serviço: essas atividades são normalmente atribuições de profissionais experientes, que trabalham por conta própria ou que exercem função de chefia. Outros profissionais são necessariamente executores e por isso atuam predominantemente no macroprocesso de assentamento. Essa diferença entre perfis profissionais é uma constatação comum especialmente em canteiros de obras, onde predomina a lógica industrial da superespecialização e da segregação de atividades. Já outros profissionais atuam nos três macroprocessos, chegando a calcular orçamentos inclusive. Há, portanto, pelo menos dois tipos de profissionais azulejistas, algo que será melhor caracterizado no próximo item.

5.3 Resultados da Fase 3: Aplicação de problemas

Este tópico está estruturado a evidenciar os resultados da pesquisa de campo aplicada a oito profissionais da construção civil, denominados de azulejistas. A pesquisa consistiu na caracterização dos participantes (sexo, faixa etária, experiência etc.), obtida após alguns minutos de conversa informal com cada profissional, e na aplicação de sete problemas, elaborados conforme os conceitos matemáticos relacionados ao ofício e levantados nas fases anteriores.

As observações preliminares indicaram a existência de ao menos dois tipos de profissionais azulejistas. Tal fato foi constatado nesta fase, quando da aplicação dos problemas aos oito participantes. O primeiro tipo de profissional foi denominado aqui de “azulejista autônomo”: é o profissional com considerável experiência prática acumulada, que trabalha, em geral, por conta própria e que normalmente possui experiência e conhecimento em outras áreas da construção civil (hidráulica, elétrica, construção etc.). Esse profissional conhece e atua em todos os macroprocessos da atividade (contrapiso, esquadro e assentamento) e, por isso, se utiliza de uma variedade maior de conceitos matemáticos em sua atividade. Um outro tipo de profissional identificado é denominado aqui de “azulejista de obra”. Trata-se de profissional que atua predominantemente nos chamados canteiros de obras, normalmente contratado por construtoras (e, muitas vezes, treinado e capacitado por elas) para executar exclusivamente o serviço chamado de ladrilho, que corresponde ao do azulejista, cujo

escopo de atribuições limita-se apenas às atividades do Macroprocesso 3 (assentamento).

Há no contexto de trabalho do azulejista de obra uma lógica que se assemelha à lógica industrial, de linha de produção, na qual predomina a especialização e a segregação de funções. Suas atribuições estão claramente descritas e dele é exigido fazer exclusivamente aquilo para o qual foi contratado. O resultado disso é que, se por um lado, o azulejista de obra costuma ser um profissional altamente especializado, o é num escopo muito limitado de tarefas, pois costuma atuar apenas no macroprocesso de assentamento e normalmente de forma mecânica, sem ter a compreensão da atividade desde seu início (a segregação de tarefas não lhe permite atuar nos outros macroprocessos). Há casos, como se verá mais à frente, em que o azulejista de obra não soube tirar o nível do piso, pois isso, num canteiro de obras, é identificado como sendo tarefa do pedreiro (ou de quem “bate a laje”).

A existência de, pelo menos, dois tipos de profissionais azulejistas possivelmente encontra explicação em fatores organizacionais e econômicos que fogem ao escopo deste trabalho. No entanto, a constatação de que não há um único tipo de profissional azulejista tem impactos na análise dos resultados desta fase, os quais se discutirão a seguir. Dos oito participantes desta pesquisa, três foram caracterizados como azulejistas autônomos (por trabalharem por conta própria e chefiando uma equipe de trabalho) e cinco como azulejistas de obra.

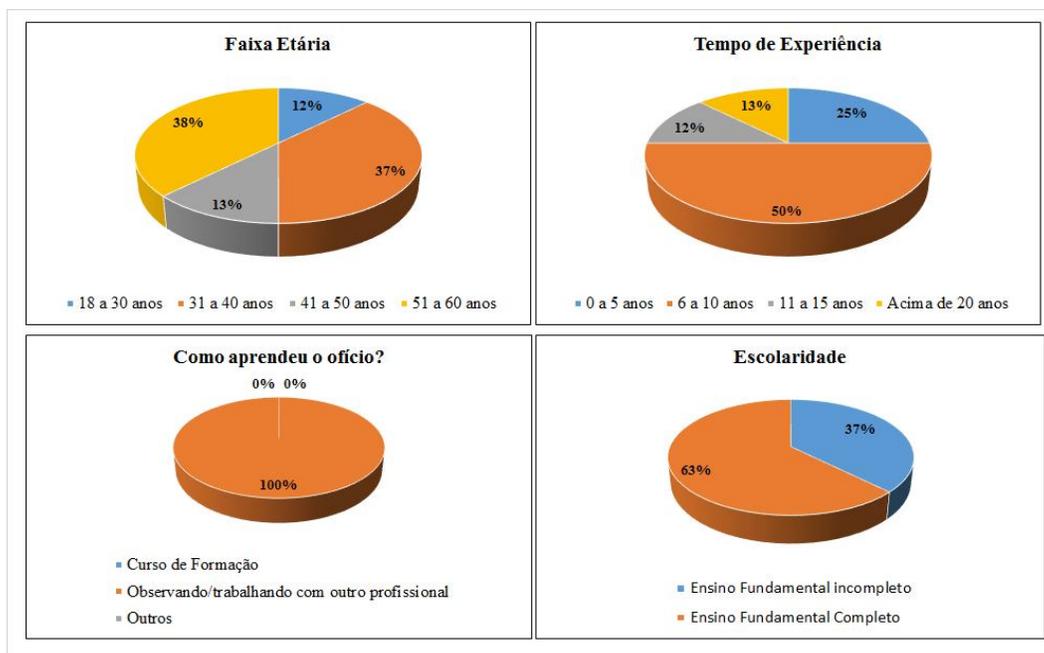
5.3.1 Caracterização dos participantes

Os sete problemas foram aplicados em oito profissionais azulejistas, em diferentes regiões do Distrito Federal, durante os meses de junho a agosto de 2016. Esses profissionais eram todos do sexo masculino, o que reflete uma característica histórica do setor da construção civil brasileiro, predominantemente ocupado por homens.

A fim de caracterizar os participantes, o entrevistador introduzia uma conversa informal com cada profissional, ocasião na qual procurava obter, após alguns minutos de uma boa conversa, informações sobre idade, experiência, escolaridade e forma de

aprendizado no ofício. As informações obtidas compõem os dados demográficos dos profissionais pesquisados, os quais estão sintetizados no quadro abaixo:

Gráfico 1 – Dados demográficos dos participantes da pesquisa.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Relativamente à faixa etária, percebe-se que os jovens (idade entre 18 e 30 anos) representam a menor parte dos profissionais pesquisados. Segundo o pesquisador Marcelo Neri, da Fundação Getúlio Vargas, a construção civil é, tradicionalmente, um setor que emprega pessoas muito jovens, mas o perfil encontrado nesta pesquisa, em que se vê uma participação menor de jovens, representa uma tendência na construção civil no Brasil, segundo o Centro de Políticas Sociais da Fundação Getúlio Vargas – CPS/FGV.

Em 1996, o percentual de indivíduos com até 14 anos de idade na construção civil era 71% (...) Em 2009, observamos um número de trabalhadores precoces bem menor: 58,7% (...) Em 1996, a construção já não era um setor de jovens — 34,2% dos seus trabalhadores tinham entre 15 e 29 anos, praticamente o mesmo índice, 34,6%, do total de ocupados. No mesmo ano, 28% dos ocupados na construção tinham entre 15 e 29 anos contra 31,1% no total de ocupados. Essa redução da participação de jovens na construção tem superado o movimento de queda observado no mercado de trabalho brasileiro. Experimentos

controlados mostram que a proporção de jovens na construção vem caindo mais do que nos demais setores.

Quanto ao tempo de experiência como azulejista, 75% dos participantes declararam possuir mais de seis anos de experiência. Observa-se uma concentração maior na faixa de 6 a 10 anos de experiência. A explicação para isso pode estar no pujante crescimento apresentado pelo setor da construção civil na última década. A grande oferta de emprego no setor atraiu tanto pessoas que atuavam em outros setores (inclusive na informalidade) quanto quem ainda não havia ingressado no mercado de trabalho. O desaquecimento do setor nos últimos anos possivelmente provocará um efeito inverso: trabalhadores da construção civil migrando para outros setores da economia ou para a informalidade.

A forma como os participantes aprenderam o ofício também chama atenção. Todos os participantes declararam ter aprendido o ofício na prática, observando ou trabalhando diretamente com outro profissional, o que também é uma característica histórica do setor. Esse dado se explica, em muito, pela baixa oferta de formação na área. Sabe-se que já existem escolas profissionalizantes do ramo no Brasil, no entanto o movimento de profissionalização do setor é relativamente recente e ainda pouco expressivo. Predomina o treinamento oferecido aos trabalhadores pelas próprias construtoras e o aprendizado informal, que ocorre normalmente quando se trabalha e aprende com outro profissional. A questão dos “macetes”, abordada no item 7.3.5 deste Capítulo, é um efeito do aprendizado informal que caracteriza o ofício: muitos não sabem o porquê daquele procedimento, mas assim o aprenderam e a experiência do dia a dia mostrou que sua utilização é eficaz.

Constatou-se também a baixa escolaridade entre os profissionais pesquisados, exclusivamente restrita ao ensino fundamental (completo ou incompleto). Essa era uma constatação esperada, pois é sabido que, de modo geral, o nível escolar do profissional da construção civil é baixo se comparado a outras atividades. Alguns fatores parecem explicar essa característica. O primeiro deles é que o setor emprega, tradicionalmente, um percentual maior de chefes de família do que a média geral (62,5% contra 48,1% - Fonte: CPS/FGV). O trabalhador sendo o principal provedor, tende a priorizar o trabalho em detrimento da escola. Outro fator é o ingresso precoce desse profissional no mercado de trabalho, contribuindo para o abandono da escola. Um terceiro fator é o

baixo prestígio social atribuído à construção civil que, associado à baixa remuneração, induz ao pensamento de que é dispensável a escolarização para conseguir colocação profissional no setor.

5.3.2 Problemas Tipo 1

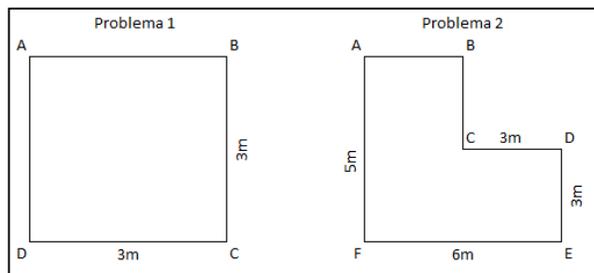
Os problemas do Tipo 1 correspondem aos problemas nº 1 e 2. Esses problemas foram elaborados visando apresentar situações comumente vivenciadas pelo profissional em seu cotidiano de trabalho. Foram os primeiros problemas apresentados aos profissionais, justamente pela familiaridade que têm com as situações. Ambos pediam que o profissional informasse quanto de piso era necessário para cobrir um quadrado (problema nº 1) e um cômodo de formato em “L” (problema nº 2). Numa escala de dificuldade, pode-se considerar como os problemas mais fáceis dentre aqueles que foram propostos.

Embora a unidade de medida de áreas seja usualmente o metro quadrado (m^2), as observações iniciais permitiram verificar que a atividade impõe que o azulejista raciocine também com outras unidades de medida, tais como quantidade de peças ou de caixas (uma caixa vem com aproximadamente $2m^2$ de piso, mas essa metragem pode variar de acordo com o tamanho, a qualidade e o fabricante da peça). Os problemas nº 1 e 2 foram elaborados com o objetivo de captarem esse modo variado de raciocínio, porém com o cuidado de não induzirem o participante à utilização de uma unidade de medida específica na sua resposta. Não por acaso, o enunciado desses problemas perguntava “quanto de piso eu vou precisar”, ao invés de “quantos metros”, “quantas caixas” ou “quantas peças”. O profissional tinha liberdade para responder com a unidade que usualmente trabalha. Naturalmente, os participantes precisavam calcular, antes da resposta, a área da figura mostrada para, só então, poderem responder a cada um dos problemas, seja em m^2 , em caixa ou em peça. Esse é, portanto, um traço comum verificado no modo de se operar a matemática: a unidade-padrão m^2 é sempre utilizada, ainda que a resposta seja dada em outra unidade de medida (caixas ou peças), o que é bastante comum no ofício.

Havia algumas diferenças relevantes entre as figuras de cada um dos problemas do Tipo 1, evidenciando a proposta de aumento gradual de dificuldade: enquanto que o

problema nº 1 se referia a um quadrilátero e apresentava as medidas de todos os seus lados, o problema nº 2 se referia à uma figura de formato em “L” (algo comum no ofício) e ocultava a medida do lado AB, introduzindo a operação sobre incógnitas e elevando o grau de abstração na resolução de problemas.

Figura 27 – Figuras dos problemas Tipo 1.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Apenas um participante não encontrou a medida do lado AB no problema nº 2. Os outros sete participantes a encontraram, embora alguns tenham buscado confirmar com o pesquisador se a medida encontrada estava correta. Esse resultado é muito expressivo, pois a facilidade com que encontraram o valor não fornecido contrasta com o alto grau de abstração e dificuldade inerente às operações com incógnitas: a álgebra é uma área da matemática em que historicamente se verifica grandes dificuldades de aprendizagem por parte dos estudantes. Nesse sentido, o contexto laboral parece fornecer alternativas interessantes para a introdução e ensino da álgebra escolar.

O uso de situações significativas para o ensino de álgebra é particularmente interessante porque existem muitos professores de matemática que consideram a álgebra uma situação muito abstrata, sem qualquer correspondente em situações concretas. (CARRAHER, CARRAHER E SCHLIEMANN, 2006 p. 128)

Especificamente em relação ao problema nº 1, identificou-se três tipos de estratégias de cálculo diferentes que se mostraram igualmente eficazes. A primeira delas consistiu no uso da calculadora do aparelho celular. A segunda estratégia observada consistiu no cálculo mental da “base vezes a altura”. E a terceira estratégia consistiu no que se denominou de composição baseada na adição, ou seja, o profissional ia compondo a área com “peças” de 1m^2 e depois somava as fileiras de peças. Essa terceira

estratégia parte da ideia de que o todo é composto por partes e que, a partir da solução de um subproblema, é possível compor a solução do problema global. Trata-se de um esquema de raciocínio similar àquele adotado pelos meninos da feira. Naquela ocasião, para calcular o valor de dez cocos, os meninos fizeram composições a partir de um valor menor frequentemente trabalhado.

Todos os azulejistas autônomos resolveram o problema utilizando-se do cálculo mental, enquanto que os azulejistas de obras se utilizaram também de outras estratégias. Nenhum dos participantes utilizou-se de papel e lápis ou caneta.

Tabela 8 – Estratégias de cálculo para o problema nº 1.

	CALCULADORA	CÁLCULO MENTAL	COMPOSIÇÃO
Azulejistas de Obra	1	2	2
Azulejistas Autônomos	-	3	-

Fonte: Elaborado pelo autor.

A utilização do cálculo mental, baseado na multiplicação, representa uma estratégia econômica e foi utilizada por todos os azulejistas autônomos. Ao considerar que esses profissionais possuem maior experiência, vê-se que os resultados deste trabalho se coadunam com aqueles obtidos por Scribner (1984) e que mostram que o uso de estratégias econômicas aumenta com a prática. Os estudos de Schliemann (2006) sobre marceneiros profissionais e aprendizes de marceneiros apresentam resultados parecidos, pois sugerem que a multiplicação se torna mais frequente com a prática. Nos referidos estudos, Schliemann (Carragher, Carragher e Schliemann, 2006) constatou que metade dos aprendizes preferiram utilizar da adição, enquanto que 92% dos marceneiros profissionais utilizaram-se da multiplicação.

Apesar da multiplicação ser um tipo de operação de nível mais avançado do que a adição e que parece depender mais fortemente da instrução escolar, nossos dados sugerem que através da prática a multiplicação transforma-se num instrumento útil para a resolução de problemas. (CARRAHER, CARRAHER E SCHLIEMANN, 2006, p. 82)

Quanto ao problema nº 2, foram identificadas duas estratégias para o cálculo, denominadas calculadora e cálculo mental. Apenas um participante declarou não saber calcular a área da figura. Novamente, verifica-se uma maior incidência do cálculo

mental entre os azulejistas autônomos. Também se verificou um aumento no uso da calculadora por parte dos azulejistas de obra. Provavelmente, esse aumento no uso da calculadora decorra do maior grau de dificuldade contido no problema nº 2.

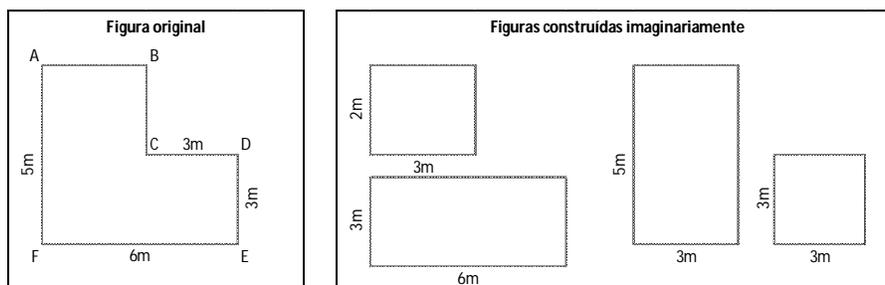
Tabela 9 – Estratégias de Cálculo para o problema nº 2.

	CALCULADORA	CÁLCULO MENTAL
Azulejistas de Obra	2	2
Azulejistas Autônomos	-	3

Fonte: Elaborado pelo autor.

Para facilitar o cálculo da área, os sete participantes que responderam ao problema nº 2 se utilizaram da mesma estratégia de dividir imaginariamente a figura em duas partes, com uma pequena variação: alguns imaginaram dois retângulos (um de 6m x 3m e outro de 3m x 2m), e outros imaginaram um retângulo (de 5m x 3m) e um quadrado (de 3m x 3m). Em seguida, calcularam as áreas de cada parte e somaram-nas, obtendo a área total da figura original, como ilustra a figura 28.

Figura 28 – Estratégias de Cálculo para o problema nº 2.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Alguns pontos sobre a forma que acharam para resolver o problema nº 2 merecem reflexão. O primeiro deles é que a estratégia utilizada parece indicar que, para o profissional azulejista, trabalhar com quadriláteros é mais fácil do que com qualquer outro formato de área, provavelmente por ser o formato de cômodos e de peças mais comum entre aqueles com os quais trabalha. Por trás disso está uma evidência de que o profissional busca aproximações entre situações novas e situações já vividas, o que guarda similaridade com o “teste de hipóteses” verificado no estudo com mestres de obras (CARRAHER, 1986). No caso do azulejista, esse é um traço que se repetirá e se

confirmará ao longo desta pesquisa. Um segundo ponto diz respeito ao nível de abstração envolvido na estratégia de resolução. Carraher, Carraher e Schliemann (2006) já haviam demonstrado, em seus estudos sobre a matemática operada por meninos numa feira, que as habilidades requeridas para a solução de problemas em ofícios é sequencial e envolve interpretação, determinação da operação e efetuação. A estratégia utilizada aqui pelos azulejistas também segue uma sequência e ainda reforça a existência de abstração matemática, derrubando a ideia comum de que a matemática operada nos ofícios dependa de uma realidade material ou extralinguística. O próprio fato de que se tratava de figuras, e não da visualização dos cômodos, já evidencia que a matemática operada pelo azulejista não se limita, em absoluto, apenas à realidade empírica. A facilidade com que encontraram a medida do lado AB apenas confirma a existência de abstração matemática no ofício.

Uma constatação relevante desta pesquisa é que o raciocínio do profissional está naturalmente orientado a trabalhar com um excedente; uma “margem de segurança”, que é destinada a cobrir os rodapés da parede e as eventuais perdas decorrentes de recortes ou qualidade. Assim, para uma área de 9m^2 , é comum (e recomendável) o profissional pedir um excedente (geralmente em torno de 10%) para rodapés e perdas. O que causou surpresa foi o aspecto natural desse raciocínio: a maioria dos profissionais respondeu naturalmente um valor maior, sem explicar o porquê desse excedente. Para o problema nº 1, por exemplo, sete dos oito participantes apresentaram 10m^2 como resposta. É como se “três vezes três” fosse igual a dez para o profissional azulejista. A explicação do excedente só vinha quando o pesquisador questionava o participante sobre a certeza da resposta e o modo como chegou àquele valor. Nessa questão da margem de segurança operada pelos azulejistas, verificou-se que o raciocínio não é tão simples quanto parece, pois envolve a solução sequencial de diferentes subproblemas e utilização de diferentes conceitos para se chegar à solução final, conforme abaixo:

1. Calcula a área (soma; multiplicação; divisão)
2. Calcula um percentual sobre a área (porcentagem; soma; proporção)
3. Acresce o percentual encontrado a área (soma)
4. Divide o valor encontrado pela metragem de uma caixa (divisão)
5. (...)

Por outro lado, os resultados revelaram que esse modo de pensar com um excedente produz um certo relaxamento por parte dos profissionais; uma espécie de “descompromisso” com a exatidão, verificado a todo tempo durante a pesquisa. Há casos em que nem mesmo a medida excedente corresponde exatamente aos 10% da área, como afirmam ser: é geralmente mais. Por vezes, foi possível verificar profissionais tendo dificuldades com o cálculo e, a partir dessa dificuldade, “aproximar” um valor maior como resposta.

“Três vezes três dá nove... (pausa)

Uma caixa vem com dois metros... (pausa)

Quatro vezes dois dá oito... (pausa)

Ah... compra cinco ou seis caixas que dá...” (grifo do autor)

O trecho acima, extraído da resposta a uma das questões, sintetiza uma situação frequentemente observada na pesquisa: o profissional não dá o resultado exato, mas sim um resultado que seja viável (ou suficiente) para atender ao serviço. A busca por uma solução viável, e não pela resposta exata, é um comportamento verificado também entre os marceneiros (CARRAHER, CARRAHER E SCHLIEMANN, 2006). Essa forma de raciocinar tem repercussões diretas na análise do nível de acerto das respostas.

Analisando-se as respostas para os problemas nº 1 e 2, viu-se que metade dos participantes apresentou a resposta final em m^2 , enquanto que o restante, embora tenha necessariamente calculado a área (em m^2) antes, apresentou a resposta final em caixas. A incidência da resposta em caixa foi maior entre azulejistas de obra, o que provavelmente decorre de um contexto específico no qual as construtoras fazem aquisições de grandes volumes, padronizados, geralmente em caixas, induzindo-os a pensar com essa unidade. Apenas um único participante apresentou a resposta também em quantidade de peças, informação que foi desprezada, já que o mesmo participante já havia apresentado a resposta em caixas.

Na Tabela 10 a seguir, vê-se a resposta final dos participantes que responderam utilizando a unidade “caixa” aos problemas 1 e 2:

Tabela 10 – Participantes e respostas na unidade de medida “caixa”.

	PROBLEMA 1	PROBLEMA 2
Participante 1 – Azulejista autônomo	5cxs	14cxs
Participante 2 – Azulejista de obra	5cxs	não soube
Participante 3 – Azulejista de obra	5cxs	15cxs
Participante 4 – Azulejista de obra	5cxs	14cxs

Fonte: Elaborado pelo autor.

O sentido que o termo “correto” adquire no contexto do profissional azulejista é diferente daquele tradicionalmente ensinado na escola, o qual só admite uma única resposta. Na matemática dos ofícios, a resposta correta reveste-se do atributo da viabilidade. Se analisados pela ótica puramente escolar, os resultados da Tabela 10 estariam todos errados, pois, se uma caixa vem com 2m^2 , a resposta correta para o problema nº 1 seria 4,5 caixas (equivalente a 9m^2) e para o problema nº 2 seria 12 caixas (equivalente a 24m^2), números que, inviáveis por não considerarem a margem de segurança, não foram apresentados por nenhum respondente. No entanto, ao se considerar o sentido que o termo “correto” adquire na atividade do azulejista, vê-se que as respostas da tabela 10 estão corretas, pois, em termos práticos, comprar o valor exato certamente gerará transtornos ao dono da obra. Esse é um traço distintivo da matemática operada, por exemplo, pelos meninos da feira (CARRAHER, CARRAHER E SCHLIEMANN, 2006). Embora ambas as atividades sofram influência do contexto na solução de problemas, a atividade dos meninos da feira (dar o troco, calcular o preço) impõe-lhes a necessidade de exatidão, enquanto que a atividade do azulejista requer prescindir desse atributo e raciocinar sempre com um nível de excedente que seja suficiente (atributo da viabilidade) para cobrir a área e proporcionar uma pequena sobra. Isso não significa que o azulejista desconheça qual o valor exato, mas reforça que a operação da matemática pode sofrer a influência do cotidiano. A todo tempo, vê-se o raciocínio do azulejista orientado para encontrar uma solução que lhe seja viável, e não uma solução exata, semelhante ao que Schliemann (Carragher, Carragher e Schliemann, 2006) verificou quando de seus experimentos com marceneiros experientes e aprendizes de marceneiros:

Este tipo de experiência escolar parece haver afetado a forma como os aprendizes abordaram o problema, levando-os a procurar uma resposta única, independentemente de sua viabilidade. Entre os marceneiros, em todos os momentos da resolução do problema, havia uma preocupação em encontrar uma solução viável. (CARRAHER, CARRAHER E SCHLIEMANN, 2006, p. 81-82)

A compreensão do sentido de “correto” no contexto do profissional azulejista tem impacto direto na análise do nível de acerto. As tabelas abaixo, denominadas Mapas de Acerto, trazem as respostas dos participantes sob a lógica escolar (Tabela 11), que considera como correto apenas o valor exato, e sob a lógica do azulejista (Tabela 12), para quem o valor exato (ou menor) estaria errado. Nesse sentido, da exatidão, pode-se afirmar que o azulejista não opera a matemática pela lógica escolar. As células em vermelho indicam respostas erradas em cada uma dessas lógicas. A expressão “não respondeu” significa que o profissional entrevistado não trabalha com essa unidade de medida, e a expressão “não soube” significa que o profissional não conseguiu calcular a resposta.

Tabela 11 – Respostas dos problemas Tipo 1, com erros destacados (pela lógica escolar).

	PROBLEMA 1		PROBLEMA 2	
	Resposta em m ²	Resposta em caixas	Resposta em m ²	Resposta em caixas
Participante 1 – Azulejista autônomo	10	5cxs	24	14cxs
Participante 2 – Azulejista de obra	10	5cxs	não soube	não soube
Participante 3 – Azulejista de obra	10	5cxs	27	15cxs
Participante 4 – Azulejista de obra	9	5cxs	24	14cxs
Participante 5 – Azulejista de obra	11	não respondeu	27	não respondeu
Participante 6 – Azulejista de obra	12	não respondeu	28	não respondeu
Participante 7 – Azulejista autônomo	10	não respondeu	26	não respondeu
Participante 8 – Azulejista autônomo	10	não respondeu	28	não respondeu

Fonte: Elaborado pelo autor.

Num contexto escolar de avaliação, os azulejistas participantes desta pesquisa provavelmente estariam reprovados.

Tabela 12 – Respostas dos problemas Tipo 1, com erros destacados (pela lógica do azulejista).

	PROBLEMA 1		PROBLEMA 2	
	Resposta em m ²	Resposta em caixas	Resposta em m ²	Resposta em caixas
Participante 1 – Azulejista autônomo	10	5cxs	24	14cxs
Participante 2 – Azulejista de obra	10	5cxs	não soube	não soube
Participante 3 – Azulejista de obra	10	5cxs	27	15cxs
Participante 4 – Azulejista de obra	9	5cxs	24	14cxs
Participante 5 – Azulejista de obra	11	não respondeu	27	não respondeu
Participante 6 – Azulejista de obra	12	não respondeu	28	não respondeu
Participante 7 – Azulejista autônomo	10	não respondeu	26	não respondeu
Participante 8 – Azulejista autônomo	10	não respondeu	28	não respondeu

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tomando a lógica escolar como critério de análise, o percentual de acerto do problema nº 1, em m², foi de apenas 12,5% e, em caixas, de 0% (considerando apenas os que responderam nessa unidade de medida). Considerando a lógica do azulejista como critério de análise, os percentuais de acerto se elevam consideravelmente para 87,5% (em m²) e para 100% (em caixas). Do mesmo modo, quando se analisa as respostas ao problema nº 2 (excluindo o Participante 2) pela lógica escolar, vê-se que os percentuais de acerto foram, em m², de apenas 28,6% e, em caixas, de 0% (considerando apenas os que responderam nessa unidade de medida, excluindo o Participante 2). Quando se considera a lógica do azulejista, esses percentuais aumentam significativamente para 71,4% (m²) e 100% (caixas). Não se verificou diferenças consideráveis de resposta entre azulejistas autônomos e azulejistas de obra.

Os resultados obtidos para os problemas nº 1 e 2 confirmam que, em certas circunstâncias, a contribuição da chamada educação informal pode ser mais eficiente e mais viável que a da educação formal. Um estudante, ao resolver os mesmos problemas propostos, provavelmente se utilizaria do conjunto de regras (sintaxe) que aprendeu na escola para encontrar a resposta exata, sem com isso questionar a viabilidade do resultado encontrado, pois sua preocupação provavelmente estaria em utilizar corretamente o algoritmo que lhe permitirá encontrar “a” resposta. Já a experiência cotidiana parece dar significado (semântica) ao número, na medida em que se busca uma resposta que, de fato, solucione o problema proposto. Conforme sugere Carraher,

Carraher e Schliemann (2006), a experiência cotidiana enriquece o significado dos números.

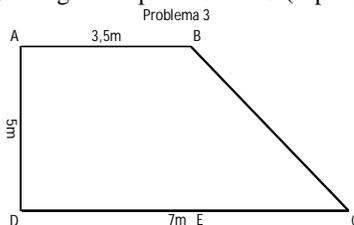
Podemos supor, à vista desses resultados, que a análise lógica implicada na solução de um problema facilita a realização da operação, por inseri-la num sistema de significados bem compreendidos, ao invés de constituir uma habilidade isolada que é executada numa sequência de passos, os quais levariam à solução. (CARRAHER, CARRAHER E SCHLIEMANN, 2006, p. 35)

5.3.3 Problemas Tipo 2

Os problemas do Tipo 1 permitiram identificar variadas estratégias adotadas pelo azulejista na resolução de problemas matemáticos típicos de sua atividade. Viu-se que um recurso comumente utilizado é a aproximação de uma situação nova à uma situação já vivenciada. Esses problemas também possibilitaram verificar que a atividade do azulejista exige que o profissional raciocine sempre com um excedente: para ele, o valor exato não é um valor viável. O aspecto natural desse esquema de raciocínio tem repercussões no sentido que o termo “correto” adquire no contexto do azulejista. Da mesma forma, possibilitaram identificar elementos de matemática abstrata na atividade do profissional. No entanto, é necessário aprofundar essa análise, verificando se essa matemática possibilita a resolução de outros tipos de problemas.

Os problemas do Tipo 2 foram elaborados com o propósito de apresentarem situações incomuns, porém aplicáveis ao cotidiano do azulejista e cuja solução envolve conceitos com os quais ele lida diariamente em sua atividade. É o caso do problema nº 3, que propôs que o profissional calculasse quanto de piso seria necessário para cobrir a área de um cômodo cujo formato assemelha-se ao de um trapézio retângulo (Figura 29).

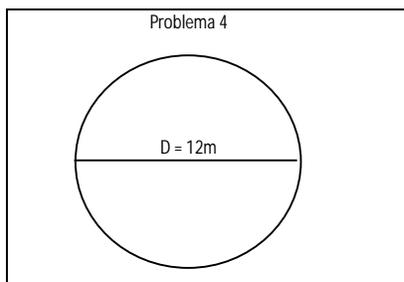
Figura 29 – Figura do problema nº 3 (Tipo 2).



Fonte: Elaborado pelo autor.

Já o problema n° 4 propôs o mesmo desafio, porém para a área de um círculo (Figura 30).

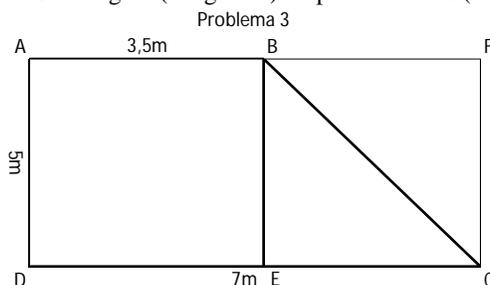
Figura 30 – Figura do problema n° 4 (Tipo 2).



Fonte: Elaborado pelo autor.

Para o problema n° 3, foram identificadas duas estratégias de resolução. A primeira delas, denominada aqui de Dois Quadriláteros, consiste em imaginar (nenhum deles usou papel e caneta) dois quadriláteros a partir da ligação dos pontos BE e da duplicação do triângulo formado pelos pontos BCE, formando o triângulo BFC, como ilustra a figura 31.

Figura 31 – Figura (imaginada) do problema n° 3 (Tipo 2).



Fonte: Elaborado pelo autor.

Trata-se de uma estratégia sofisticada de resolução que modifica a figura, acrescentando-lhe uma área nova (triângulo BFC), por meio da qual será possível encontrar a área do quadrilátero BFCE. A partir daí, fazer uma divisão. Em síntese, é criar um quadrado para, a partir dele, encontrar a área de um triângulo, ou somar para dividir, adotando procedimentos sequenciais e ordenados conforme abaixo:

- 1°. calcula-se a área do quadrilátero ABED
- 2°. calcula-se a área do quadrilátero BFCE
- 3°. divide-se a área do quadrilátero BFCE por dois, e tem-se a área do triângulo BCE
- 4°. soma-se a área do quadrilátero ABED à área do triângulo BCE (que corresponde à metade da área do quadrilátero imaginário BFCE)

A segunda estratégia de resolução foi denominada aqui de Medida Média e consistiu em fazer uma média entre as medidas dos lados AB e DC e multiplicar pela altura (5m). Essa média seria obtida pela expressão $(7 + 3,5) \div 2 = 5,25$. Apesar do método ser eficaz para a situação, o único participante que se utilizou dessa estratégia considerou 6, ao invés de 5,25, como sendo a média dos lados AB e DC. Esse valor não deve ser um erro. É mais provável que decorra do raciocínio orientado a pensar sempre com uma margem de segurança ou excedente, e que levou o profissional a efetuar $6m \times 5m = 30m^2$, ao invés de $5,25m \times 5m = 26,25m^2$. Esta estratégia tem em comum com a estratégia anterior o fato de que ambas procuram modificar (ou adaptar) as figuras apresentadas.

Seis profissionais se utilizaram da estratégia Dois Quadriláteros enquanto que apenas um se utilizou da Medida Média. Um dos profissionais declarou não saber efetuar o cálculo da área. Verifica-se uma variedade maior de estratégias entre os azulejistas de obra. O quadro abaixo sintetiza as estratégias de resolução utilizadas pelos profissionais.

Tabela 13 – Estratégias de resolução para o problema nº 3 (Tipo 2).

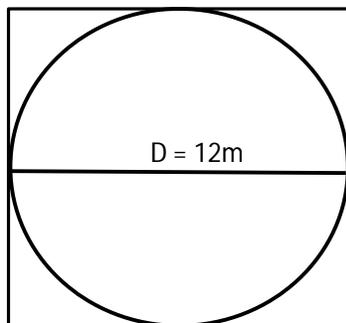
	DOIS QUADRILÁTERO	MEDIDA MÉDIA	NÃO SOUBE
Azulejistas de Obra	3	1	1
Azulejistas Autônomos	3	-	-

Fonte: Elaborado pelo autor.

As estratégias de resolução para o problema nº 4 foram mais variadas. A primeira delas, utilizada por cinco profissionais, foi denominada aqui de Inscrição e consistiu em imaginar (nenhum deles desenhou) um quadrado circunscrevendo o círculo. A medida do diâmetro do círculo inscrito corresponderia às medidas dos lados

do quadrado imaginado, conforme figura 32. A partir daí, pela mesma estratégia utilizada no problema nº 1 (base x altura), calculou-se a área do quadrado como se fosse a do círculo, obtendo naturalmente um resultado superior ao que, de fato, representa a área do círculo.

Figura 32 – Figura (imaginada) do problema nº 4 (Tipo 2).



Fonte: Elaborado pelo autor.

Essa estratégia – Inscrição – guarda algumas semelhanças com a estratégia Dois Quadriláteros, utilizada pela maioria dos profissionais na resolução do problema nº 3. A primeira delas é que, novamente, ambas as estratégias modificam (ou adaptam) a situação real para torná-la possível de ser resolvida. Esse parece ser um traço comum no raciocínio dos profissionais quando operam problemas envolvendo áreas. Ao considerar que essa mudança (ou adaptação) ocorre mentalmente, sem o uso de papel, lápis ou caneta, tem-se nova evidência da existência de abstração na matemática operada pelo azulejista. A segunda semelhança decorre necessariamente da primeira e consiste no fato de que a mudança (ou adaptação) efetuada procura aproximar a figura real a um esquema de resolução já conhecido. Problemas envolvendo quadriláteros parecem representar uma zona mais segura de atuação para o profissional, pois esse é o formato comum dos cômodos da maioria das residências no Brasil. Não por acaso, um trapézio (problema nº 3) foi transformado em dois quadriláteros, e um círculo (problema nº 4) foi “transformado” em um quadrado. Em seus estudos, Schliemann (Carragher, Carragher e Schliemann, 2006) constatou que marceneiros recorriam com frequência a uma lista de peças-padrão, com as quais trabalhavam habitualmente, para a resolução de problemas envolvendo conceitos matemáticos. A aproximação de uma situação nova com uma situação já vivenciada, combinada com a não-obrigatoriedade de exatidão (no caso dos

azulejistas), representa um recurso para a resolução de novos problemas no contexto profissional.

Uma outra estratégia de resolução identificada para o problema nº 4 foi denominada aqui de Algoritmo Escolar e consistiu no uso da tradicional fórmula $\pi \cdot r^2$. Apenas um profissional identificou essa estratégia como útil para solução do problema. Curiosamente, esse profissional pertence ao grupo dos três profissionais que possuem o maior nível de escolaridade (ensino fundamental completo), o que provavelmente explica a utilização desse recurso (a geometria plana é normalmente trabalhada nas séries finais do ensino fundamental). No entanto, ele não soube expressar a fórmula e declarou não saber resolver o problema sem ela. Mesmo assim, não há como negar que numa situação real a fórmula pode ser facilmente acessada, seja pela internet, pela consulta a um livro ou mesmo pela memorização, o que levou a considerar o seu uso como uma estratégia válida para a presente pesquisa, ainda que o participante em questão não tenha chegado a uma solução por meio dela.

A terceira estratégia de resolução registrada, denominada de Aproximação, foi enunciada assim pelo participante que a utilizou e encontrou 90m² como resposta:

“Eu calculei 12m x 12m, como se fosse um quadrado...

Daí você encontra 144m².

Depois, peguei 144 e dividi por 2, já que tem as curvas, e achei 72m²...

Depois somei mais uns 10m² e mais uns 10%...

Daí encontrei 90m²”.

Trata-se de um método aparentemente desenvolvido no momento em que o problema foi proposto e que se mostrou ineficiente, já que a resposta encontrada (90m²) é inferior à área exata do círculo (113,04m²). Como o resultado encontrado foi menor, considera-se que o profissional errou a resposta do problema, seja pela lógica escolar ou pela do ofício.

A tabela 14 resume a frequência de cada uma das três estratégias utilizadas na resolução do Problema nº 4. Novamente, observa-se uma variedade maior de estratégias entre os azulejistas de obra. Possivelmente, essa diversidade esteja associada a uma média de experiência menor entre esse grupo, já que profissionais experientes procuram adotar um método pelo qual já tenham obtido sucesso. A experiência parece ser determinante para a racionalização de métodos.

Tabela 14 – Estratégias de resolução para o problema nº 4 (Tipo 2).

	INSCRIÇÃO	ALGORITMO ESCOLAR	APROXIMAÇÃO	NÃO SOUBE
Azulejistas de Obra	2	1	1	1
Azulejistas Autônomos	3	-	-	-

Fonte: Elaborado pelo autor.

Quanto às estratégias de cálculo, foram identificados o cálculo mental e o uso da calculadora (normalmente de celular), tanto para o problema nº 3, que apenas um participante não respondeu, quanto para o problema nº 4, que dois participantes não responderam (Tabela 15). Predomina entre os mais experientes o recurso do cálculo mental, especialmente no problema nº 4.

Tabela 15 – Estratégias de cálculo para os problemas nº 3 e 4 (Tipo 2).

	PROBLEMA Nº 3		PROBLEMA Nº 4	
	CALCULADORA	CÁLCULO MENTAL	CALCULADORA	CÁLCULO MENTAL
Azulejistas de Obra	2	2	3	-
Azulejistas Autônomos	1	2	-	3

Fonte: Elaborado pelo autor.

Comparativamente, o uso da calculadora na resolução dos problemas do Tipo 2 foi maior do que na resolução dos problemas do Tipo 1, sugerindo haver uma tendência ao maior uso desse recurso na medida em que se aumenta o grau de dificuldade dos problemas.

Quanto ao nível de acerto dos problemas do Tipo 2, adotou-se aqui a mesma metodologia de análise adotada para os problemas Tipo 1, a qual consiste em analisar as respostas sob a lógica escolar, para a qual só se admite uma única resposta, e sob a lógica do azulejista, para quem a quantidade correta é aquela que proporcione um excedente em torno de 10%, destinado a cobrir a área, os rodapés, os recortes e as perdas e, eventualmente, proporcionar uma pequena sobra. Desprezou-se as respostas em caixas, já que 1) as informações necessárias a esta pesquisa e que envolvem a utilização dessa unidade de medida já foram captadas nos problemas do Tipo 1; e 2) ainda que o raciocínio do profissional esteja orientado a pensar por caixa, observou-se que o cálculo da área (em m²) necessariamente precede a resposta para qualquer que

seja a outra unidade de medida utilizada (em caixas ou em peças). As tabelas 16 e 17 mostram as respostas e evidenciam os erros (destacados de vermelho) sob a lógica escolar e sob a lógica do profissional, respectivamente.

Tabela 16 – Respostas dos problemas Tipo 2, com erros destacados (pela lógica escolar).

	PROBLEMA 3	PROBLEMA 4
Participante 1 – Azulejista autônomo	28,5m ²	136m ²
Participante 2 – Azulejista de obra	não soube	não soube
Participante 3 – Azulejista de obra	15m ²	144m ²
Participante 4 – Azulejista de obra	30m ²	não soube
Participante 5 – Azulejista de obra	26,25	144m ²
Participante 6 – Azulejista de obra	26,25	90m ²
Participante 7 – Azulejista autônomo	27m ²	144m ²
Participante 8 – Azulejista autônomo	26,25	144m ²

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 17 – Respostas dos problemas Tipo 2, com erros destacados (pela lógica do azulejista).

	PROBLEMA 3	PROBLEMA 4
Participante 1 – Azulejista autônomo	28,5m ²	136m ²
Participante 2 – Azulejista de obra	não soube	não soube
Participante 3 – Azulejista de obra	15m ²	144m ²
Participante 4 – Azulejista de obra	30m ²	não soube
Participante 5 – Azulejista de obra	26,25	144m ²
Participante 6 – Azulejista de obra	26,25	90m ²
Participante 7 – Azulejista autônomo	27m ²	144m ²
Participante 8 – Azulejista autônomo	26,25	144m ²

Fonte: Elaborado pelo autor.

Pela lógica puramente escolar, o nível de acerto é menor: de 43% para o problema n° 3 e de 0% para o Problema 4 (excluindo aqueles que não souberam a resposta). Sob a lógica do profissional azulejista, o nível de acerto para o problema n° 3 permanece o mesmo (43%), porém se eleva consideravelmente para o problema n° 4 (de 0% para 83%).

Algumas questões sobre esses resultados merecem ser discutidas. A primeira delas é que foi verificado um nível de acerto menor nos problemas do Tipo 2 em relação aos problemas do Tipo 1. Essa era uma constatação esperada e provavelmente se justifique pelo maior grau de dificuldade e pelo caráter incomum das figuras apresentadas – um trapézio retângulo e um círculo – no contexto do azulejista. A

maioria dos profissionais confirmou que jamais havia trabalhado com esses formatos de áreas, enquanto alguns outros afirmaram já terem trabalhado, porém pontualmente. É o caso do participante 1, ao se deparar com a figura em formato de círculo:

“Vixe! Esse aí é difícil... (pausa)

Mas eu já fiz uma área igual a essa aí... Era uma igreja...”

Ainda assim, não se pode afirmar que a matemática que utilizam é restrita a situações recorrentes. A situação mais inusitada, que traz formato de círculo para um cômodo, teve alto nível de acerto, evidenciando que o modo como operam a matemática possibilita resolver situações novas em seu cotidiano.

Outra questão relevante é que, ao contrário do que foi verificado nos problemas do Tipo 1, os problemas do Tipo 2 apontaram para consideráveis diferenças no nível de acerto entre os azulejistas autônomos e os azulejistas de obras. Observou-se um nível de acerto maior entre os azulejistas autônomos. Provavelmente esse melhor desempenho decorre da natureza da estratégia que adotaram – Inscrição – para resolverem o problema. O que está por trás dessa estratégia é, na verdade, a busca por uma relação mais simples entre o problema e a atividade que exercem. Por outro lado, o menor desempenho dos azulejistas de obra provavelmente encontra explicação na ausência de situações desafiadoras do seu dia a dia. Num canteiro de obras, onde predomina uma lógica industrial, os métodos costumam ser padronizados e as situações previamente planejadas. Situações novas ou imprevistas são indesejáveis por parte das construtoras.

5.3.4 Problema Tipo 3

Até aqui, foi possível verificar que a atividade impõe que o azulejista opere com variadas unidades de medida. Também se identificou alguns traços distintivos da matemática operada pelo profissional azulejista em relação a outros estudos que abordam a matemática dos ofícios. Diferenças de desempenho entre azulejistas autônomos e azulejistas de obra foram apontadas. Particularmente em relação aos problemas do Tipo 2, foi possível verificar que os profissionais procuram adaptar situações novas a situações já conhecidas e, a partir daí, encontrar uma solução viável para o problema; esse foi um traço mais visível entre os azulejistas autônomos. No entanto, o que se tem até agora são resultados de problemas que se limitam ao contexto

do profissional. É necessário aprofundar as discussões de modo a verificar se a matemática operada pelo azulejista permite a compreensão de problemas em outros contextos subjacentes àqueles do seu cotidiano.

O problema Tipo 3 propõe uma situação que envolve a aplicação dos mesmos conceitos matemáticos trabalhados até aqui pelo azulejista, mas num contexto diferente do seu ofício. A ideia é analisar se a experiência que possui na atividade possibilita a compreensão e solução de problemas fora dela. O problema nº 6 foi elaborado de forma a representar esse tipo de situação. Procurou-se atribuir a esse problema algumas características significativamente diferentes daqueles propostos até aqui. Assim, o enunciado do problema envolveu: um contexto diferente (agricultura), grandes números e áreas (5.000m^2) e a introdução de uma nova unidade de medida (litro). A matemática necessária para resolver o problema é a mesma com a qual o profissional trabalha cotidianamente.

As estratégias de resolução identificadas foram denominadas aqui de Composição e Divisão. A estratégia da Composição consiste em determinar a resposta de um problema mais simples e juntar esses componentes simples até compor a resposta final. Nos estudos sobre a matemática operada por meninos da feira, Carraher, Carraher e Schliemann (2006) já haviam verificado essa estratégia de solução de problemas. No exemplo abaixo, vê-se um trecho da composição efetuada pelo Participante 8, o qual foi um dos que acertaram a resposta:

Um litro dá 25m^2 ...(pausa)

25 vezes 10 dá 250... (pausa)

25 vezes 100 dá 2.500... (pausa)

Cinco mil é o dobro... Vai dar 200 litros.

Curiosamente, a estratégia Composição foi utilizada somente pelos azulejistas autônomos (Tabela 17). Da mesma forma, quem o utilizou o fez mentalmente, sem o uso da calculadora (embora um dos azulejistas autônomos a tenha procurado no bolso e não encontrado, o que não o impediu de resolver mentalmente).

A outra estratégia de resolução, denominada de Divisão, consistiu na efetuação da operação expressa por $5000 \div 25 = 200$. Essa é uma estratégia mais próxima da instrução escolar, muito embora o algoritmo ensinado pela escola (cinquenta dividido por 25 é dois, resto zero...) não tenha sido utilizado. A Divisão só foi usada por

azulejistas de obra e sempre com o auxílio da calculadora do aparelho celular. Verificou-se que o problema do Tipo 3 foi aquele em que o recurso da calculadora foi mais utilizado, talvez nem tanto pelo grau de dificuldade ou pela complexidade das operações, mas mais por questões de segurança, já que o problema não fazia referência a um contexto conhecido e porque envolvia números grandes. Ao que parece, a calculadora é vista pelos azulejistas de obra como um eficiente recurso de segurança e economia quando o problema envolve situações desconhecidas e números elevados. Nenhum dos profissionais utilizou-se de papel e lápis ou caneta.

As Tabelas 18 e 19 trazem, respectivamente, as frequências de uso das estratégias de resolução e das estratégias de cálculo identificadas.

Tabela 18 – Estratégias de resolução para o problema nº 6 (Tipo 3).

	COMPOSIÇÃO	DIVISÃO	NÃO SOUBE
Azulejistas de Obra	0	4	1
Azulejistas Autônomos	3	-	-

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 19 – Estratégias de cálculo para o problema nº 6 (Tipo 3).

	CALCULADORA	CÁLCULO MENTAL	NÃO SOUBE
Azulejistas de Obra	4	-	1
Azulejistas Autônomos		3	-

Fonte: Elaborado pelo autor.

Quanto ao nível de acerto desse problema, uma questão suscitou bastante curiosidade. Esperava-se que, a exemplo do que ocorreu nos problemas Tipo 1 e Tipo 2, os profissionais também respondessem considerando uma margem excedente, conforme operam em seu cotidiano de trabalho. No entanto, não foi isso que se verificou. Dos oito profissionais, seis (75%) responderam exatamente a quantidade necessária para cobrir a área do problema (200 litros); um (12,5%) respondeu uma quantidade excessivamente alta (10.000 litros), que foi considerada como um erro, e outro (12,5%) não soube responder (o não respondente é também o profissional com menor tempo de experiência entre os participantes da pesquisa). Entre os sete que responderam, o nível de acerto foi superior a 85%.

Tabela 20 – Respostas ao problema nº 6 (Tipo 3) com erros destacados.

PROBLEMA 6	
Participante 1 – Azulejista autônomo	10.000L
Participante 2 – Azulejista de obra	não soube
Participante 3 – Azulejista de obra	200L
Participante 4 – Azulejista de obra	200L
Participante 5 – Azulejista de obra	200L
Participante 6 – Azulejista de obra	200L
Participante 7 – Azulejista autônomo	200L
Participante 8 – Azulejista autônomo	200L

Fonte: Elaborado pelo autor.

Quando da análise dos resultados dos problemas Tipo 2, já se havia constatado que a matemática operada pelo azulejista não se restringe a problemas recorrentes. Ali a situação proposta referia-se ao contexto do próprio ofício. No problema do Tipo 3, como já dito, o contexto (agricultura) e a unidade de medida (litro) mudam, possibilitando outras conclusões. O argumento de que a matemática operada no ofício do azulejista é predominantemente mecânica e limitada ao seu contexto, desprovida de reflexões e estratégias, parece novamente não encontrar apoio nos resultados. A análise do problema nº 6 (Tipo 3) aponta para o fato de que, de modo geral, o profissional compreende que existem especificidades operatórias próprias do seu ofício e que não são generalizáveis. Se assim não fosse, certamente os profissionais também considerariam um valor excedente quando respondessem a esse problema, como fizeram ao responderem aos problemas anteriores. No entanto, o que se viu durante a operação do problema foi a busca pela resposta exata, numa clara evidência de que o profissional 1) compreendia que se tratava de um contexto diferente e 2) entende que o raciocínio com margem de segurança é algo próprio do seu ofício, não generalizável.

Pode-se afirmar, à luz dos resultados do problema Tipo 3, que a matemática operada pelo azulejista não é condicionante, no sentido de impedir a compreensão de outros modelos matemáticos ou de limitá-lo a resolver problemas apenas em seu contexto.

5.3.5 Problemas Tipo 4

Durante as observações que antecederam a aplicação dos problemas, cogitou-se haver dois tipos de profissionais azulejistas. Essa suspeita se intensificou à medida que se aprofundavam as observações, e se confirmou durante a aplicação dos sete problemas matemáticos, cujos resultados apontam para significativas diferenças, tanto no modo de operar a matemática quanto no nível de acerto, entre azulejistas de obra e azulejistas autônomos. Para que as diferenças fossem melhor situadas, era necessário compreender a extensão da atuação desses dois tipos de azulejistas em seu ofício. Não existia dúvida de que o azulejista autônomo conhecia e atuava desde a preparação do contrapiso até a colocação da peça e acabamento. A hipótese levantada nesse ponto era a de que o azulejista de obra só atuava no macroprocesso assentamento, o que restringiria sua visão da atividade e limitaria sua capacidade de operar com toda matemática requerida pelo ofício.

Os problemas do Tipo 4 compreendem situações que envolvem apenas os macroprocessos contrapiso e esquadro, ou seja, atividades em que teoricamente o azulejista de obra não atua. No problema nº 5, propôs-se ao participante que identificasse na figura para onde estava o desnível (ou caimento da água): se para o lado mais alto (com 1m de distância da linha de nível ao solo) ou se para o lado mais baixo (com 1,2m de distância da linha de nível ao solo). Esse é um problema que envolve apenas o macroprocesso contrapiso, pois é nessa etapa que se verifica caimentos e desníveis. Verificou-se que quatro (50%) dos participantes acertaram o lado para o qual a água caía; três (37,5%) erraram o lado e um único participante (12,5%) admitiu não ser sua tarefa verificar o nível e, portanto, respondeu que não sabia. Os dados também apontam para uma significativa diferença no nível de acerto quando se compara azulejistas autônomos com azulejistas de obra (Tabela 21).

Tabela 21 – Respostas ao problema nº 5 (Tipo 4) com erros destacados.

PROBLEMA 5	
Participante 1 – Azulejista autônomo	1,2m
Participante 2 – Azulejista de obra	1,0m
Participante 3 – Azulejista de obra	não soube
Participante 4 – Azulejista de obra	1,2m
Participante 5 – Azulejista de obra	1,0m
Participante 6 – Azulejista de obra	1,0m
Participante 7 – Azulejista autônomo	1,2m
Participante 8 – Azulejista autônomo	1,2m

Fonte: Elaborado pelo autor.

O nível de acerto entre os três azulejistas autônomos foi de 100%, confirmando a expectativa do pesquisador. Já entre os azulejistas de obra, o nível de acerto foi de apenas 25% (três erraram, um acertou e outro não soube responder). Esses resultados reforçam a ideia de que o azulejista de obra não atua nos três macroprocessos da atividade.

Quanto ao problema nº 7, propôs-se que o participante explicasse como tiraria o esquadro do cômodo em que se encontrava. Para esse problema, foram identificadas duas estratégias de resolução, denominadas aqui de Teorema de Pitágoras e de Esquadro. A estratégia Teorema de Pitágoras consiste na aplicação de um macete cuja lógica implícita é a do enunciado do famoso teorema aplicável aos triângulos retângulos, o qual diz que “o quadrado do maior lado é igual à soma dos quadrados dos dois lados menores”. Assim, os cinco profissionais que disseram se utilizar dessa estratégia enunciaram as medidas “60cm com 80cm (medidas dos lados menores) têm que dar 1m (medida do lado maior) ” ou “3m e 4m tem que dar 5m”. Ao serem questionados sobre a origem desse macete, nenhum dos profissionais soube responder, limitando-se a dizerem que sua utilização “dá certinho”.

De fato, a utilização do macete aqui enunciado é uma aplicação do Teorema de Pitágoras e, portanto, constitui-se numa estratégia eficiente para o que se pretende, que é garantir a perpendicularidade no cruzamento das linhas. Visando extrair informações que permitissem identificar se o uso implícito do teorema tinha significado para o profissional, o pesquisador questionou se o resultado obtido fosse maior do que o

esperado, ou seja, se para 3m e 4m, obtivesse 6m ao invés de 5m, o que deveria ser feito. Todos os respondentes afirmaram corretamente que, nessa situação, dever-se-ia fechar o ângulo formado pelas linhas, até que se chegasse ao valor esperado. Essa resposta indica que o uso do macete não é, de um todo, mecânico, pois o profissional compreende o resultado e atua para corrigir eventuais erros.

A outra estratégia identificada, denominada de Esquadro (Figura 33), consiste na utilização de um instrumento de desenho e medição utilizado pela construção civil e que também pode ser usado para fazer linhas retas verticais com precisão para 90°.

Figura 33 – Exemplo de esquadro utilizado na construção civil.



Fonte: www.meiacolher.com.

Apesar de muito utilizado pela construção civil, o uso apenas do instrumento acima não pode ser considerado uma estratégia eficiente, especialmente se o cômodo for de grandes proporções. Sua utilização fica comprometida uma vez que, por ser um instrumento de pequenas dimensões, não acompanharia todo o alinhamento da parede: no máximo, mediria o ângulo sem, contudo, verificar sua abertura à medida que o comprimento da parede aumenta. Apenas dois profissionais responderam que se utilizariam do instrumento para aferir o esquadro do cômodo. A Tabela 22 traz as frequências de cada uma das estratégias utilizadas.

Tabela 22 – Estratégias de resolução para o problema nº 7 (Tipo 4).

	TEOREMA DE PITÁGORAS	ESQUADRO	NÃO SOUBE
Azulejistas de Obra	2	2	1
Azulejistas Autônomos	3	-	-

Fonte: Elaborado pelo autor.

Verifica-se que todos os azulejistas autônomos utilizaram da estratégia Teorema de Pitágoras. Entre os azulejistas de obra, 40% utilizaram do Teorema de Pitágoras enquanto que 40% se utilizaram do Esquadro. Apenas um participante (20%) declarou não saber tirar o esquadro do cômodo.

Os resultados verificados nos problemas do Tipo 4 reforçam a ideia de que há pelo menos dois perfis diferentes de profissionais azulejistas: o azulejista autônomo, que transita pelos três macroprocessos de sua atividade, e o azulejista de obra, que normalmente atua apenas no macroprocesso assentamento. Por ter um escopo de atuação mais limitada, o nível de acerto dos azulejistas de obra foi menor tanto no problema nº 5, que pedia para apontar o desnível do piso, quanto para o problema nº 6, que pedia para o profissional tirar o esquadro do cômodo no qual se encontrava. Em ambos os problemas, o nível de acerto dos azulejistas autônomos foi de 100%.

CONCLUSÃO

Os resultados desta pesquisa apresentam algumas conclusões surpreendentes. A existência de dois tipos de profissionais azulejistas, por exemplo, não era algo esperado, porém ao constatá-la, não poderia ser ignorada já que teve repercussão direta nos resultados. Azulejistas de obra e azulejistas autônomos são diferentes na extensão de atuação, dentro do próprio ofício, e no modo de operação com conceitos matemáticos. O contexto de um canteiro de obra, gerido por grandes construtoras e onde predomina a lógica industrial da segregação de tarefas e da superespecialização, é decisivo para a distinção desses perfis, o que acabou por revelar que o modo de operação com conceitos matemáticos sofre a influência não apenas do contexto laboral, mas também de outros aspectos de ordem econômica e social.

A diversidade de ofícios existentes é uma característica do mundo moderno, onde inúmeras habilidades de sobrevivência são diariamente requeridas. A matemática é uma delas. Partindo-se da noção de que a matemática é uma forma de organização da atividade humana, conclui-se que para a diversidade de ofícios há também uma infinidade de modos peculiares e diferentes de operação com conceitos matemáticos. No ofício do azulejista não é diferente. O mapeamento de sua atividade permitiu concluir que são muitos os conceitos matemáticos inerentes ao ofício e variados os modos com que são operados. Apesar disso, os resultados aqui apresentados confirmam a hipótese de que há esquemas de operação com conceitos matemáticos adotados no ofício do azulejista que são similares aos esquemas de outros ofícios já pesquisados.

Ao procurarem converter um círculo ou um triângulo em uma figura de quatro lados, os azulejistas utilizaram-se de recurso semelhante ao da busca por medidas usuais, utilizada pelos marceneiros (SCHLIEMANN, 1987), e ao “teste de hipóteses” (CARRAHER, 1986), utilizado pelos mestres de obras. Esse recurso poderia parecer um fator limitante de atuação, já que em situações não adaptáveis a um quadrilátero o azulejista poderia não saber encontrar a resposta. Mas o raciocínio orientado a trabalhar sempre com um excedente amplia as possibilidades de utilização do recurso e confirma sua eficácia no contexto do profissional. A busca por aproximações entre uma situação nova e uma situação comumente vivenciada comprova que na matemática dos ofícios o contexto é um componente influenciador do modo de operação.

Ao se utilizarem de métodos econômicos de resolução, como a multiplicação e o cálculo mental, os resultados com azulejistas encontram paralelo com os estudos sobre marceneiros e aprendizes de marceneiros (CARRAHER, CARRAHER E SCHLIEMANN, 2006). Em ambos os casos, verificou-se que o uso de métodos econômicos aumenta conforme a experiência (SCRIBNER, 1984). A multiplicação se revelou uma estratégia mais utilizada entre os azulejistas mais experientes, tal qual o resultado com marceneiros (CARRAHER, CARRAHER E SCHLIEMANN, 2006)). Entre os azulejistas menos experientes, a utilização de métodos que envolvem a adição, como o da composição aditiva, foi mais frequente, tal como se viu com os aprendizes de marceneiros. Relativamente ao cálculo mental, trata-se de um recurso comumente utilizado pelo azulejista e também identificado em estudos sobre crianças e adolescentes que trabalhavam na feira (CARRAHER, CARRAHER & SCHLIEMANN, 2006). No caso dos azulejistas, observou-se que o uso da calculadora é mais frequente quando se trata de uma situação nova ou com maior grau de dificuldade. Esses resultados confirmam a decisiva influência da experiência no modo de operação.

O aspecto natural que o azulejista dá à incorporação da margem de segurança é sem dúvida uma constatação inesperada. Em seu contexto, o profissional raciocina sempre com um excedente, não procurando a resposta exata, mas uma resposta viável. Nesse sentido, pode-se dizer que o raciocínio do azulejista prescinde do atributo da exatidão: a resposta exata em seu contexto é considerada uma resposta errada. Esse definitivamente não é um traço comum a alguns ofícios, pois existem contextos em que a exatidão é um atributo imprescindível (dar troco, por exemplo). Mas é um traço parecido com o dos marceneiros e dos mestres de obra, os quais também se orientam para a procura de uma solução viável ao problema. Essa questão levou a concluir que uma solução pode estar correta num contexto e ser imprópria em outro.

A questão da viabilidade do resultado é reveladora. Nela está implícita uma noção de sentido atribuído ao resultado que parece ser um traço próprio da matemática dos ofícios. Ao analisar um problema, o profissional não se prende a um conjunto de regras e algoritmo. O caráter prático de sua atividade confere ao método uma importância menor. O resultado é sempre questionado; não é um fim, pois pode, inclusive, estar formalmente correto e não ser viável. A preocupação está sempre em atender a uma necessidade do ofício.

A ideia de que a matemática dos ofícios é limitada a um contexto específico e que não oferece recursos para a resolução de problemas subjacentes, em outros contextos, não se sustenta à luz dos resultados. Quando expostos a um contexto diferente (agricultura) e com uma medida não usual (litro), os profissionais azulejistas, além de atingirem elevado nível de acerto, adaptaram seu modo de raciocínio à nova situação. A utilização da margem de segurança, por exemplo, foi abandonada nesse novo contexto, o que permite concluir que o profissional compreende que existem esquemas de raciocínio próprios do seu ofício e que estes não são generalizáveis. Ao mesmo tempo, “o contexto novo” foi relacionado com sua experiência prévia para viabilizar o uso dos conceitos matemáticos adequados, sugerindo uma transferência de modelo verificada também em pesquisa sobre cambistas do jogo do bicho (SCHLIEMANN & ACIOLY, 1987).

De especial interesse para a educação é o fato de que os profissionais lidaram bem com situações que envolviam incógnitas. Sabe-se que a álgebra é historicamente uma disciplina sobre a qual os alunos apresentam mais dificuldade, provavelmente decorrente da necessidade de se atribuir significados às letras (x , y etc.) e da crença de que não haveria correspondentes do uso da álgebra em situações concretas. Nesse sentido, os ofícios podem ajudar a tornar o ensino de álgebra mais interessante, oferecendo diferentes contextos de aplicação. O aproveitamento da experiência é outro fato de interesse para a educação. A escola tradicionalmente trata seus alunos como se nada soubessem sobre tópicos ainda não ensinados. Provavelmente, quando esses profissionais ingressarem na escola, ou retomarem seus estudos, a experiência que possuem no ofício será desconsiderada.

Entende-se que este trabalho atingiu seu objetivo na medida em que a hipótese inicial foi confirmada pela pesquisa empírica. Além disso, as conclusões desta pesquisa ajudam a compreender melhor a matemática dos ofícios. No entanto, este é um campo fértil de investigação, sobre o qual já há algumas certezas, mas várias questões ainda em aberto. Um ponto chave é que na vida cotidiana há uma infinidade de situações que a matemática formal não consegue representar. Nesse sentido, o aprofundamento dos estudos sobre a matemática informal torna-se necessário. Num plano pessoal, é o que este autor pretende fazer.

REFERÊNCIAS

ABPMP. BPM CBOOK V3.0. *Guide to the business process management common body of knowledge*. 2. ed. Brasil: Association of Business Process Management Professionals Brasil, 2009.

ACIOLY, N.M.; SCHLIEMANN, A.D. **Escolarização e conhecimento de matemática desenvolvido no contexto do jogo do bicho**. Cadernos de Pesquisa, nº 61, 1987, p. 42-57.

BARASUOL, Fabiana. **Modelagem Matemática: uma metodologia alternativa para o ensino da matemática**. In: UNI, Revista, [S. l.], v. 1, n. 2. abr. 2006.

BERNAL, J.D. **Ciência na História**. Lisboa: Livros Horizonte, 1969. 6v.

BIDEAU, J.; MELJAC, C.; FISHER, J.P. *Les chemins du nombre*. Lille: Presses Universitaires de Lille, 1991.

BOYER, C.B. **História da Matemática**. São Paulo: Edgard Benczer Ltda, 2003.

BRISSIAUD, R. **Como as crianças aprendem a calcular**. Tradução de: RANGEL, A. Lisboa: Instituto Piaget, 1989.

BÚRIGO, E. Z. **Matemática moderna: progresso e democracia na visão de educadores brasileiros nos anos 60**. Revista Teoria & Educação. Porto Alegre: Pannonica, 1990, n2, p. 255-265.

CARRAHER, Terezinha Nunes. *From drawings to buildings. Mathematical sacles at work*. Artigo publicado pelo *International Journal of Behavioral Development*, 1986, nº 9, p. 527-544.

CARRAHER, David William; CARRAHER, Terezinha Nunes; SCHLIEMANN, Ana Dias. **Na vida dez, na escola zero**. 14. ed. São Paulo: Cortez, 2006.

COBB, P. **Perspectivas Experimental, Cognitivista e Antropológica em Educação Matemática**. Revista Zetetiké, Campinas, SP, v. 4, n. 6, p. 153-180, 1996.

COLE, M. *An ethnographic psychology of cognition*. Em P.N. Johnson-Laird e P.C. Wason (Orgs.). *Thinking Reading in Cognitive Science*. Londres: Cambridge University Press, 1977.

DAVENPORT, T.H., **Mission critical: realizing the promise of enterprise systems**. 1. ed. Boston: Harvard Business School Press, 2000.

FREITAG, Bárbara (Org.). **Piaget 100 anos**. São Paulo: Cortez, 1997.

- FUHR, I. L. **Atividades cotidianas e o pensamento conceitual**. 2013. 211p. Tese (Doutorado em Educação), Faculdade Educação, Universidade de Brasília, Brasília, 2013.
- GOTTSCHALK, C. **A natureza do conhecimento matemático sob a perspectiva de Wittgenstein: algumas implicações educacionais**. Cadernos de História e Filosofia da Ciência. Campinas, Série 3, p. 305-334, 2004.
- HARDY, Harold Hardy, *A Mathematician's Apology*., Cambridge University Press (1940).
- INHELDER, B.; PIAGET, J. **Da Lógica da Criança a Lógica do Adolescente**. São Paulo: Ed. Pioneira, 1976.
- JAEGER, W. **Paideia – a formação do homem grego**. São Paulo: Herder, s/d.
- LOPES, A.R.C. **Conhecimento Escolar: ciência e cotidiano**. Rio de Janeiro: EdUERJ, 1999.
- LUDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação: Abordagens Qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.
- MIORIM, Maria Ângela. **Introdução à História da Educação Matemática**. São Paulo: Atual, 1998.
- NERI, Marcelo. **O novo velho trabalhador da construção civil**. Artigo. (Disponível em <http://www.cps.fgv.br/cps/bd/clippings/nc0197a.pdf>). Acessado em 16.out.16.
- NOGUEIRA, C. M. I. **A definição de número: uma hipótese sobre a hipótese de Piaget**. Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos, v. 87, n. 216, p. 135-144, 2006.
- NUNES, T.; BRYANT, P.E. **Crianças fazendo matemática**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1991.
- PIAGET, J. **A Evolução Intelectual da Adolescência à Vida Adulta**. Trad. Fernando Becker e Tania B.I. Marques. Porto Alegre: Faculdade de Educação, 1993. Traduzido de: *Intellectual Evolution from Adolescence to Adulthood*. *Human Development*, v. 15, p. 1-12, 1972.
- _____. **O Nascimento da inteligência na criança**. 4. ed. Rio de Janeiro: Zahar, 1982.
- _____. **Seis estudos de psicologia**. Trad. Maria Alice Magalhães D'Amorim e Paulo Sergio Lima Silva. 21. ed., Rio de Janeiro: Forense Universitária, 1995.
- PIAGET, J.; GARCIA, R. *Les explications causales*. Paris: PUF, 1971.

PIAGET, J.; SZEMINSKA, A. **A gênese do número na criança**. 2. ed. Tradução de: OITICICA, C. M. Rio de Janeiro: Zahar, 1975.

SCRIBNER, S. *Studying working intelligence*. In B. Rogoff & J. Lave (Eds.), *Everyday cognition: Its development in social context*. Cambridge, MA: Harvard University Press, 1984.

STRUICK, D. J. **História Concisa das Matemáticas**. Gradativa– Publicações, L. Lisboa. 1989.

STEFFE, L. *Stades d'apprentissage dans La construction de La suite des nombres*. In: WITTGENSTEIN, L. *Observaciones sobre los Fundamentos de la Matemática*. Alianza Editorial, 1987.

SITES PESQUISADOS:

<<http://www.elo7.com.br>>. Acessado em: 15.abr.2016.

<<http://www.museudoazulejo.pt>>. Acessado em: 16.abr.2016.

< blog.cerbras.com.br>. Acessado em 16.abr.2016.

<<http://www.mtecbo.gov.br>>. Acessado em 17.abr.2016.

< <http://portalibre.fgv.br>>. Acessado em 15.mai.2016.

<<http://www.man.es>>. Acessado em 17.abr.2016.

<<http://www.somatematica.com.br>>. Acessado em 11.abr.2016.

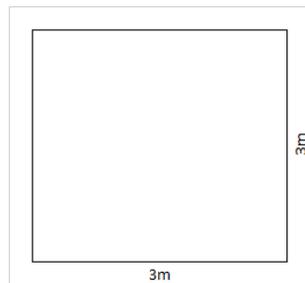
<<http://www.icmbio.gov.br>>. Acessado em 24.abr.2016.

ANEXO 1 – PROBLEMAS PROPOSTOS
UNICEUB – MESTRADO EM PSICOLOGIA
LINHA DE PESQUISA: PSICOLOGIA E EDUCAÇÃO

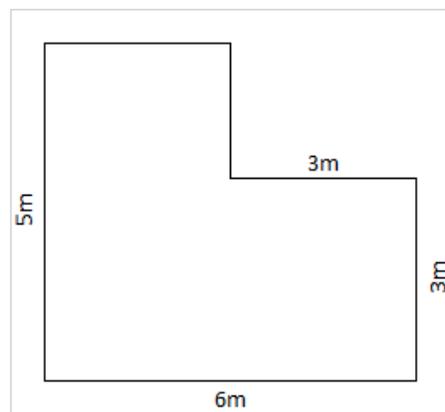
DATA: 08/09/2016

LOCAL: Taguatinga

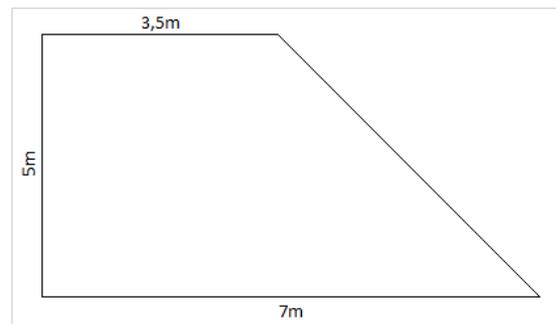
Problema 1: Quanto de piso eu vou precisar para cobrir essa área? A peça tem 25cm por 25cm.



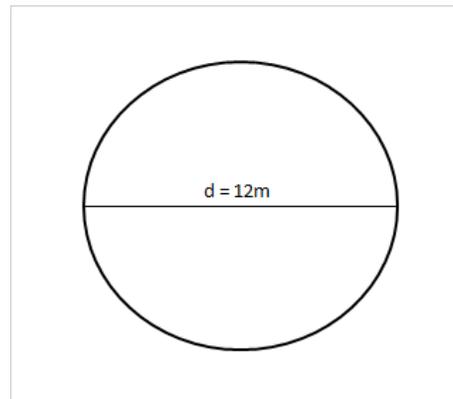
Problema 2: A área tem um formato em “L”, conforme a figura abaixo. A peça tem 30cm por 30cm. Quanto de piso eu vou precisar para cobrir essa área?



Problema 3: A área tem um formato de trapézio, com as medidas abaixo. Quanto de piso eu vou precisar para cobrir essa área?



Problema 4: A área é de uma igreja e tem formato circular, da porta de entrada até o altar tem 12 metros (ou seja, raio medindo 6 metros e o diâmetro medindo 12 metros). Quanto de piso eu vou precisar para cobrir essa área?



Problema 5: Na parede abaixo, para onde está a queda de água (ou o caimento ou o desnível)?



Problema 6: Uma plantação tem 5.000m^2 de área que precisa ser coberta por um defensivo agrícola. Cada litro do defensivo cobre uma área de 25m^2 . De quantos litros de defensivo eu vou precisar?

Problema 7: Como verificar o esquadro do cômodo em que se encontra?

ANEXO 2 – FICHA DE CARACTERIZAÇÃO DO PARTICIPANTE
UNICEUB – MESTRADO EM PSICOLOGIA
LINHA DE PESQUISA: PSICOLOGIA E EDUCAÇÃO

DATA: _____

LOCAL: _____

Participante: _____

Faixa etária:

	18 a 30 anos		31 a 40 anos		41 a 50 anos		51 a 60 anos		Acima de 60 anos
--	--------------	--	--------------	--	--------------	--	--------------	--	------------------

Tempo de experiência profissional:

	0 a 5 anos		6 a 10 anos		11 a 15 anos		15 a 20 anos		Acima de 20 anos
--	------------	--	-------------	--	--------------	--	--------------	--	------------------

Como aprendeu o ofício:

	Curso de formação profissional.
	Observando/trabalhando c/ outro profissional.
	Outro:

Nível de escolarização:

	Nenhuma.
	Ens. Fundamental incompleto (Interrompido no 5º ano).
	Ens. Fundamental completo.
	Ens. Médio incompleto (Interrompido no _____ ano).
	Ens. Médio completo.