

**FACULDADE DE TECNOLOGIA E CIÊNCIAS SOCIAIS APLICADAS –
FATECS**

CURSO: ENGENHARIA CIVIL

Juceni Gomes Sales Filho

MATRÍCULA: 21506764

**ESTUDO DE CASO: Análise das frequências naturais e comparativo do
consumo de materiais entre lajes maciças e nervuradas de um edifício.**

Brasília
2018

JUCENI GOMES SALES FILHO

ESTUDO DE CASO: Análise das frequências naturais e comparativo do consumo de materiais entre lajes maciças e nervuradas de um edifício.

Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) apresentado como um dos requisitos para a conclusão do curso de Engenharia Civil do UniCEUB– Centro Universitário de Brasília

Orientador: Engº Civil Jocinez N. Lima, MSc

Brasília
2018

JUCENI GOMES SALES FILHO

ESTUDO DE CASO: Análise das frequências naturais e comparativo do consumo de materiais entre lajes maciças e nervuradas de um edifício.

Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) apresentado como um dos requisitos para a conclusão do curso de Engenharia Civil do UniCEUB– Centro Universitário de Brasília.

Orientador: Eng^o Civil Jocinez N. Lima, M.Sc.

Brasília, 2018.

Banca Examinadora

Eng^o Civil Jocinez N. Lima, M.Sc.
Orientador

Eng^o. Civil: Jairo Furtado Nogueira, M.Sc.
Examinador Interno

Eng^o.Civil: Matheus N. Reis.
Examinador Externo

Dedico esse trabalho aos meus pais, Juceni Sales e Maria Sales, por me proporcionarem a realização de mais um sonho.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus por ter me dado a vida e me ajudado até aqui, me dando força, sabedoria e saúde para lutar pelos meus sonhos.

Agradeço aos meus pais que me fizeram a pessoa que sou hoje e por terem sempre me apoiado, me dando forças e incentivo em todos os momentos.

Agradeço aos meus dois irmãos pelo apoio e que sempre foram espelhos na minha vida.

Agradeço ao meu orientador Jocinez Nogueira Lima pela ajuda, paciência e por ter me acompanhado durante todas as etapas deste trabalho, que me permitiu realizar mais essa etapa.

Agradeço aos professores do Uniceb que me ensinaram e que sempre estiveram ao meu lado ao longo de todo curso.

Agradeço a professora Graciela Nora Doz de Carvalho, pelos conhecimentos valiosos repassados e conselhos.

Agradeço ao meu amor pelo carinho, incentivo nos momentos mais difíceis e por sempre fazer me sentir mais forte.

Agradeço as minhas famílias Matos e Sales pelo apoio, amizade e pelos momentos felizes que sempre passamos juntos.

Agradeço aos meus amigos pela amizade, conselhos e pelos momentos de alegria.

Tudo o que fizerem, seja em palavra, seja
em ação, façam-no em nome do Senhor
Jesus, dando por meio dele graças a Deus
Pai.

Colossenses 3:17

RESUMO

O presente trabalho destina-se a comparar as frequências naturais de dois sistemas construtivos de lajes de concreto armado distintos, lajes maciças e nervuradas e comparar com os limites de vibrações críticas dado pela NBR 6118:2014, que assegura o comportamento satisfatório da estrutura para sua finalidade e o conforto aos usuários.

As lajes são elementos de muitas pesquisas na atualidade, pelo fato de receberem ao mesmo tempo cargas estáticas e dinâmicas, como atividades humanas ou máquinas, que conseqüentemente geram as mais variadas formas de vibrações. Para haver um bom desempenho dinâmico das lajes, as frequências naturais devem estar distantes das frequências críticas, o que evita vibrações com amplitudes excessivas, e distancia o risco de ressonância, rupturas e garantia de conforto.

Em seguida, fazer uma comparação de consumo de materiais entre os dois sistemas de lajes, quantificando o volume de concreto e aço. Para a obtenção de dados que condiz com a realidade, foi dimensionado um edifício residencial de doze pavimentos, com 6 apartamentos por andar em um programa estrutural Eberick V10, afim de realizar as análises dinâmicas e quantitativo dos materiais.

Afim de melhor compreensão do trabalho, apresenta-se os conceitos e as características dos sistemas construtivo de cada laje, os parâmetros mais importantes para o dimensionamento estrutural no programa Eberick V10 e um breve resumo do estudo da dinâmica das estruturas voltado para a engenharia civil. Do detalhamento estrutural é disposto o detalhamento completo das lajes e os dimensionamentos definidos em projeto, conforme a NBR 6118:2014. Nas análises dos dados, é apresentado somente as leituras das lajes do primeiro pavimento, pois os demais são similares.

Com a determinação das frequências naturais de cada sistema de laje, pode-se afirmar que as lajes nervuradas, devido a sua espessura e nervuras, se apresentaram melhor submetidas as vibrações naturais. No tocante ao consumo de materiais, as lajes nervuradas se demonstraram mais economicamente viáveis, pois a quantidade de aço necessário para o projeto foi menor. No entanto, o volume de concreto por área foi praticamente o mesmo, provando que as lajes nervuradas podem utilizar menos concreto na sua composição, porem depende dos tamanhos dos vãos. Portanto, o sistema construtivo de lajes maciças obteve os piores índices de desempenho dinâmico e econômico.

Palavras-chave: dinâmica, lajes, vibração, frequências naturais, consumo.

ABSTRACT

This work is to compare the natural frequencies of two different types of constructive systems of reinforced concrete slabs, massive and ribbed slabs and compare with the vibration limits given by NBR 6118: 2014, which ensures the satisfactory behavior of the structure for its purpose and comfort to users.

The slabs are elements of many researches today because they receive both static and dynamic loads, such as human activities or machines, which consequently generates the most varied forms of vibrations. A good dynamic performance of slabs is when the natural frequencies are far from the critical frequencies, which prevents vibrations with excessive amplitudes, which distances the risk of resonance, ruptures and guarantee of comfort.

Then a comparison of material consumption between the two slab systems, quantifying the volume of concrete, steel and shapes. To obtain results that matches with the reality, a residential building of twelve floors was designed, with 6 apartments per floor in a structural program Eberick V10, to perform the dynamic and quantitative analysis of the materials.

To better understand the work, we studied the structural concepts and characteristics of each slab, the most important parameters for the structural dimensioning in the Eberick V10 program and a summary of the study of the dynamics of structures aimed at civil engineering. From the structural detail, the complete detailing of the slabs and the sketches defined in the project, according to NBR 6118: 2014. In the analysis of the data, only the slab readings of the first floor are presented since the others are similar.

With the determination of the natural frequencies of each slab system, it can be affirmed that the ribbed slabs, due to their thickness and ribs, were better submitted to natural vibrations. Regarding material consumption, ribbed slabs were more economically feasible, since the amount of shapes and steel required in design was lower. However, the volume of concrete per area was practically the same, proving that the ribbed slabs can use less concrete in their composition, but it depends on the sizes of the spans. Therefore, the massive slabs obtained the worst indices of dynamic and economic performance.

Keywords: dynamics, slabs, vibration, natural frequencies, consumption.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	1
2. MOTIVAÇÃO.....	3
3. OBJETIVOS	4
4. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	5
4.1. CONCEITOS E GENERALIDADES.....	5
4.1.1. Lajes	5
4.1.2. Lajes maciças	5
4.1.3. Lajes nervuradas.....	6
4.1.4. Vibrações em lajes devido a ações humanas.....	8
4.1.5. Alto Qi Eberick V10	10
4.2. MODELO DE UM GRAU DE LIBERDADE.....	16
4.2.1. Vibrações livres não amortecidas.....	18
4.2.2. Vibrações Livres Amortecidas	20
4.3. MODELO COM VÁRIOS GRAUS DE LIBERDADE	21
4.3.1 Vibrações livres não amortecidas	25
5. METODOLOGIA	27
5.1 . DETALHAMENTO DO PROJETO ESTRUTURAL	27
5.2. LANÇAMENTO DA ESTRURA NO PROGRAMA EBERICK	28
5.3. RESULTADOS DO DIMENSIONAMENTO ESTRUTURAL	39
5.3.1. Resultados das lajes nervuradas	39
5.3.2. Resultados da Laje maciça	42
5.4. ANÁLISE DOS DADOS E VERIFICAÇÃO COM A NBR 6118-2014	45
5.4.1. Análise dinâmica - Lajes do pavimento tipo 1.....	45
5.4.2. Comparativo de consumos de materiais.....	49
6. CONCLUSÃO	53
7. SUGESTÕES PARA PESQUISAS FUTURA.....	55
REFERÊNCIAS.....	56
ANEXOS.....	59

INDICE DE FIGURAS

FIGURA 1 – Laje nervurada com moldes plásticos	7
FIGURA 2 – Visualização dos resultados obtidos com no Eberick	12
FIGURA 3 – Classes de agressividade ambiental, NBR-6118-2014	13
FIGURA 4 – Classe de agressividade e qualidade do concreto NBR-6118:2014.....	13
FIGURA 5 – Relação entre classe de agressividade e cobertura nominal. 13	
FIGURA 6 – Mapa de forças de vento conforme a NBR 6118:2014.....	15
FIGURA 7 – Simulação de um exemplo de vários graus de liberdade	16
FIGURA 8 – Resposta para vibração livre não amortecida.....	18
FIGURA 9 – Resposta para vibração livre de um sistema com amortecimento.	21
FIGURA 10 – Esquema de elementos e nós de treliça plana.....	23
FIGURA 11 – Planta baixa do um pavimento tipo.....	27
FIGURA 12 – Vista frontal e lateral do edifício projetado.....	28
FIGURA 13 – Ferramenta de detalhamento da laje nervurada no Eberick. ..	30
FIGURA 14 – Ferramenta de detalhamento da laje maciça no Eberick.....	32
FIGURA 15 – Detalhamento de materiais e durabilidade	34
FIGURA 16 – Detalhamento das classes de concreto	35
FIGURA 17 – Detalhamento da opção “Análise” no Eberick V10.	36
FIGURA 18 – Detalhamento dos parâmetros de vento.....	37
FIGURA 19 – Estrutura Tridimensional Gerada no Eberick.....	38
FIGURA 20 – Relação de carga por área das lajes nervuradas	39
FIGURA 21 – Relação de carga por área das lajes maciças	42
FIGURA 22 – Relação das frequências naturais entre as lajes.	48
FIGURA 23 – Gráfico do volume de aço consumido, (Maciças e Nervuradas)50	
FIGURA 24 – Gráfico do volume de concreto consumido, (Maciças e Nervuradas	51
FIGURA 25 –Estudo do volume de concreto consumido em relação aos vãos.	52

ÍNDICE DE TABELAS

TABELA 1 – Frequência crítica para vibrações verticais para alguns casos especiais de estruturas submetidas a vibrações pela ação pessoas.	11
TABELA 2 – Quadro de áreas do um pavimento tipo	27
TABELA 3 – Dados gerais das Lajes nervuradas do pavimento tipo 1	31
TABELA 4 – Dados gerais das Lajes maciças do pavimento tipo1.....	33
TABELA 5 – Distribuição das cargas verticais (lajes nervuradas).	39
TABELA 6 – Relação de carga por área (lajes nervuradas).	40
TABELA 7 – Forças devido ao vento (lajes nervuradas).....	40
TABELA 8 – Modos de frequência – Lajes nervuradas do primeiro pavimento	41
TABELA 9 – Índices de consumo de materiais (lajes nervuradas).	42
TABELA 10 – Distribuição das cargas verticais (lajes maciças)..	43
TABELA 11 – Relação de carga por área (lajes maciças).	43
TABELA 12 – Forças devido ao vento (lajes maciças).	44
TABELA 13 – Modos de frequência – Lajes maciças do primeiro pavimento	45
TABELA 14 – Índices de consumo de materiais	45
TABELA 15 – Verificação da frequência natural das lajes nervuradas.	47
TABELA 16 – Verificação da frequência natural das lajes maciças.	47

ÍNDICE DE SÍMBOLOS, SIGLAS E ABREVIATURAS

cm.....	Centímetros
H.....	Espessura
Kg.....	Quilograma
Kg/m ²	Quilograma por metro quadrado
kgf/cm ²	Quilograma-força por centímetro quadrado
m.....	Metros
m ²	Metros quadrados
m ³	Metros cúbicos
Hz.....	ciclos por segundo
s.....	segundos
mpa.....	mega pascal
mm.....	milímetros
fck.....	resistência característica à compressão do concreto
A.....	área da seção transversal, em m ²
a:	aceleração em m/s ²
C:	amortecimento do sistema principal
C:	matriz n x n de amortecimento do sistema
d:	amplitude do deslocamento, em mm
F(t):	função de carregamento variando com o tempo
f:	freqüência de vibração ou razão de passo
f(t):	excitação dinâmica atuando no sistema principal
fcrit:	freqüência crítica, em Hz
h:	altura da laje
K:	rigidez do sistema principal
K:	matriz n x n de rigidez do sistema
M:	massa do sistema principal
M:	matriz n x n de massa do sistema

t :tempo em segundos

v :velocidade, em mm/s

φ :modo de vibração

μ :razão entre a massa do AMS (m) e a massa do sistema principal (M)

θ :rotação dos elementos que suportam parede

ϕ :ângulo de fase do harmônico relativo

ω :frequência

ξ :taxa de amortecimento

1. INTRODUÇÃO

Na Engenharia Civil, por ter um estudo mais aprofundado na análise estática das estruturas, resulta-se que não se atribui a importância necessária no estudo da Dinâmica das estruturas. Porém, nos dias de hoje é muito difícil para o engenheiro civil ignorar esse assunto, pois com as evoluções arquitetônicas que buscam cada vez mais vãos maiores e os edifícios cada vez mais altos, resultam em estruturas mais suscetíveis a vibrações excessivas. Hibbeler (2009) define vibrações sendo como o movimento repetitivo de um corpo ou sistema de corpos unidos, em torno de um ponto de equilíbrio.

Nas estruturas de concreto armado, as lajes, pelo fato de sua geometria e por receber a maior parte das cargas verticais, são os elementos que mais sofrem com as vibrações. As estruturas devem ser projetadas para suportar tanto cargas estáticas quanto forças dinâmicas como sismos, ventos ou simplesmente um caminhar de uma pessoa. Porém, pela complexidade do assunto e por ser difícil a elaboração dos cálculos que descrevem a situação real das estruturas, tende-se a considerar somente as cargas estáticas.

Com os avanços tecnológicos, tem-se hoje várias bibliografias sobre o assunto, normas internacionais e sofisticados programas computacionais, que dão suporte ao engenheiro projetista para cálculos e análises do estudo de dinâmica e apresentam uma boa aproximação das situações reais de vibração (Assunção, 2009).

Para combater as vibrações em lajes que causam desconforto para seus usuários, a NBR 6118:2014 no item 23.3, trata dos "Estados limites de vibrações excessivas" onde indica distanciar o máximo possível a frequência natural da estrutura da frequência crítica solicitante, na qual está ligada diretamente com a finalidade da edificação.

Como frequência natural, entende-se o limite que um sistema impõe para as cargas dinâmicas. Se estas cargas vibrarem em uma frequência semelhante à frequência natural, o sistema estará comprometido, (Küster & Sartori 2011).

Segundo Assunção (2009), O princípio básico de uma análise dinâmica consiste em afastar as frequências naturais da frequência de excitação, assim distancia o risco do fenômeno da ressonância e garantindo que as amplitudes de vibrações tenham valores admissíveis. Pois as faixas de frequências próximas das frequências naturais das estruturas, as tornam mais propensas a problemas como fadiga, ruídos e níveis indesejáveis de vibração.

Nos últimos anos no Brasil, tem se aplicado diversos sistemas estruturais de laje nos edifícios. Fato que pode ser atribuído a grande competitividade entre as empresas, na procura do melhor custo benefício nas construções, ou seja, um sistema estrutural economicamente otimizado e viável, onde apresente também maior rapidez e facilidade no sistema de construção. Esse estudo irá quantificar o consumo de materiais de cada sistema de laje proposto e fazer um comparativo.

Conseqüentemente na busca por soluções mais econômicas e viáveis, as lajes estão cada vez mais esbeltas e leves, no que também corrobora para o aumento de vibrações desagradáveis aos usuários nas lajes. Nesse estudo é determinado as frequências naturais de dois sistemas estruturais distintos de lajes (lajes maciças e nervurada) de um projeto estrutural de um edifício residencial de doze pavimentos. Tendo isso, fazer as verificações dos limites de vibrações excessivas impostos pela NBR 6118:2014.

O projeto do edifício será desenvolvido através do programa computacional de estruturas Eberick V10 da altoQI, no qual será feita todas as análises necessárias para esse trabalho.

2. MOTIVAÇÃO

Apesar das inovações na construção civil visando benefícios para o setor, com essas inovações às vezes surgem alguns problemas. Problemas esses que começaram a ganhar significância como o caso de vibrações em lajes.

Porém, a maioria dos engenheiros civis que elaboram projetos estruturais em aço ou concreto armado, encontra bastante dificuldade na análise da dinâmica estrutural, estudo que é fundamental para conforto e segurança dos seus usuários, pois pode-se evitar vários fatores como vibrações de determinadas amplitudes e frequências que danificam as estruturas, tornando a durabilidade inferior à de projeto e trazendo desconforto aos ocupantes.

A dificuldade dos projetistas não é somente pela complexidade do assunto, mas pelo fato de muitos não contemplarem a disciplina de dinâmica em suas grades curriculares. Fato que motivou a introdução do assunto no trabalho de conclusão de curso, determinando as frequências naturais de dois sistemas de lajes na plataforma Eberick.

O Eberick é um programa de análise e detalhamento de estruturas de concreto armado e é, atualmente, um dos programas mais utilizados nos escritórios no Brasil. Assim sendo, optou-se por trabalhar com esse programa para realização do projeto estrutural e fazer as análises dinâmicas.

Segundo Dias (2003), dependendo do tipo de laje adotada em uma edificação de vários pavimentos, o consumo das lajes pode chegar até dois terços do volume total de concreto utilizado na estrutura.

Nesse contexto, os tipos de lajes mostram grande importância nas construções pois em grandes edifícios, as lajes são responsáveis pela maior parte do consumo de concreto armado e aço. Motivo pelo qual, esse estudo fará uma breve análise quantitativa do consumo de materiais empregado em dois dos sistemas mais utilizados no Brasil atualmente, lajes maciças e nervuradas.

3. OBJETIVOS

3.1. OBJETIVO GERAL

Comparar o Estado-Limite de vibrações excessivas natural de dois sistemas construtivos de Lajes (Laje maciça e nervura), obtidos através do programa Eberick V10, além de quantificar o volume de concreto e aço empregado em cada uma das lajes. Assim, determinar qual sistema de laje tem o melhor desempenho submetidas a vibrações e menor consumo materiais.

3.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Desenvolver um projeto estrutural de um edifício residencial de doze pavimentos no Programa Eberick V10.
- Projetar a estrutura do edifício com dois sistemas construtivo de lajes distintas de concreto armado (maciça e nervurada).
- Fazer o diagnóstico estrutural do edifício para cada tipo de laje.
- Determinar as frequências naturais e o consumo de material para os dois diferentes métodos construtivos de laje.
- Analisar as frequências naturais e fazer a verificação de conforto das lajes segundo NBR 6118:2014.
- Fazer um comparativo do consumo de materiais necessário para cada método construtivo de laje.

4. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

4.1. CONCEITOS E GENERALIDADES

4.1.1. Lajes

Conforme dispõe Silva (2002). As lajes são estruturas planas bidimensionais, onde dois lados são extremamente maiores que o terceiro (espessura), que também podem ser consideradas como elementos de superfície(chapa) ou placas. Suas solicitações são predominantemente por cargas normais ao seu plano, como revestimentos, paredes, móveis e pessoas.

Segundo Pinheiro & Razente (2003), as lajes têm dupla função estrutural: de placa e de chapa. Quando recebem as cargas verticais e as transmitem para as vigas e pilares, essa situação confere à laje o comportamento de placa. Porém quando sofre ações ao longo do seu plano, devido as cargas horizontais distribuídas, comporta-se como chapa. O comportamento de chapa é de suma importância para a estabilidade global, principalmente para edifícios mais altos.

Na sua maioria são retangulares, onde as bordas podem ser engastadas ou simplesmente apoiadas ou livres. Nos edifícios, elas podem aparecer como, pisos e forros, lajes de escada e fundos de tampas de caixas d'água.

Existem atualmente vários tipos de lajes nas edificações, como as lajes maciças, as lajes nervuradas, as lajes cogumelo, além de outros tipos pré-moldadas. Para a escolha do tipo de laje deve-se levar em consideração o custo e a segurança. (NICOLAU & TEIXEIRA,2015).

Neste trabalho especificamente, irá analisar somente dois sistemas construtivo de laje (maciça e nervurada).

4.1.2. Lajes maciças

Bastos (2015), descreve a laje maciça como aquela onde todo o corpo é composto por concreto, junto com armaduras longitudinais de flexão e eventualmente armaduras transversais, apoiadas em vigas ou paredes nas extremidades. As lajes

maciças podem ser de Concreto armado ou Concreto protendido, têm geralmente espessuras que variam de 7 cm a 15 cm, podem ser encontradas em várias construções, como edifícios residenciais, muros de arrimo, escadas, reservatórios, hospitais, entre outras. A ABNT NBR 6118:2014 em seu item 13.2.4.1, distingue as espessuras mínimas para as lajes conforme o tipo de laje e utilização.

Em geral não são utilizadas em pequenas construções com pequenos vãos, pois nesses tipos de construção, as nervuradas demonstram mais vantagens em aspecto de facilidade de construção e custo.

Segundo Silva (2002), o sistema de laje maciça proporciona a estrutura uma rigidez satisfatória, devido a uma maior quantidade de viga. Pois, tem-se mais formações de pórticos, que proporcionam rigidez à estrutura de contraventamento. O pavimento sofre menos deformações, pelo fato de as lajes contribuírem para o aumento da rigidez das vigas.

Caio (2014), lista algumas vantagens e desvantagens do Sistema de lajes maciças, a dispor:

Vantagens:

- Existência de muitas vigas formando pórticos, que acabam garantindo uma rigidez à estrutura de contraventamento;
- Facilidade de lançamento e adensamento do concreto;
- Possibilidade de descontinuidade em sua superfície.;
- Por ser um dos sistemas mais utilizados nas construções de concreto, a mão de obra treinada facilita a execução da obra;

Desvantagens:

- Grande consumo de fôrmas e escoramento;
- Uma grande quantidade de vigas, deixando a fôrma do pavimento muito recortada, diminuindo a produtividade da construção;
- Grande consumo de concreto e aço para vãos grandes;
- Tempo de execução das fôrmas e tempo de desforma muito grande.

4.1.3. Lajes nervuradas

A NBR 6118:2014 (no item 14.7.7) define laje nervurada como as “lajes moldadas no local ou com nervuras pré-moldadas, cuja zona de tração para momentos positivos esteja localizada nas nervuras entre as quais pode ser colocado material inerte.” Onde o material de enchimento não contribui para o aumento de resistência e sim as nervuras unidas que geram a resistência e rigidez exigida.

Segundo Pinheiro & Razente (2003), a laje nervurada é constituída por um conjunto de vigas que se cruzam, solidarizadas pela mesa. Esse elemento estrutural terá comportamento intermediário entre o de laje maciça e o de grelha.

O aumento do uso do sistema de laje nervurada é devido a seu baixo peso próprio e um melhor rendimento do aço e concreto. Essas diminuições oferece uma redução de custo de materiais, mão de obra e de formas. Além de facilitar a execução e a possibilidade de industrialização, diminuindo razoavelmente as perdas de materiais. (Pinheiro & Razente, 2003).

Figura 1 – Laje nervurada com moldes plásticos



Fonte: <http://www.flickr.com/photos/atex>.

Segundo Bastos (2015), a laje nervurada é particularmente indicada quando há necessidade de vencer grandes vãos ou resistir a altas ações verticais. Ou seja, diminui a quantidade de pilares e vigas. Elas podem ser armadas em um único sentido (unidirecional) ou nos dois sentidos (bidirecional ou em cruz), pelo fato de haver nervuras em uma ou nas duas direções.

Bastos (2015), lista algumas vantagens da laje nervurada em relação as maciças:

- menor peso próprio;
- menor consumo de concreto;
- redução de fôrmas;
- maior capacidade de vencer grandes vãos;
- maiores planos lisos (sem vigas).

4.1.4. Vibrações em lajes devido a ações humanas

Por motivos arquitetônicos, econômicos ou até mesmo por falta de espaço, as estruturas de concreto armado, principalmente as lajes estão cada vez mais esbeltas. Conseqüentemente essa esbeltes reduz a rigidez e torna as peças estruturais mais susceptíveis a vibrações.

As vibrações acontecem quase em todas as partes da estrutura e quando são excessivas, ou seja, quando estão próximas as suas frequências críticas, podem gerar desconforto nos seus usuários ou mesmo colapso da estrutura. Elas podem advim de várias fontes, como o vento, o caminhar de pessoas, maquinas em uso ou abalos sísmicos.

Bachmann & Ammann (1987), caracterizam o carregamento dinâmico como harmônico, periódico, transiente e impulsivo, classificando-o em função dos seus efeitos. Apresenta também vários modelos matemáticos para cada carregamento gerado por atividades humana, como andar, correr, pular e dançar.

Segundo Costa (2012), O carregamento dinâmico é aquele cuja magnitude varia no tempo, contrário ao carregamento estático, que é aplicado lentamente podendo-se dizer que não varia no tempo.

Segundo Middleton e Brownjohn (2008). Vibrações em pisos tem sido pauta de vários estudos acadêmicos, havendo na última década um aumento significativo no volume de pesquisas sobre o assunto. Porém para Silva (2008), o crescimento de problemas de vibração em lajes está relacionado ao fato de a grande maioria dos projetistas o desconsiderar no projeto estrutural.

O foco desse trabalho é determinar a frequências natural dos dois sistemas construtivos de laje e comparar com a frequência critica gerada através de atividades humanas seguindo a finalidade do uso. Conforme lista a NBR 6118:2014.

“A vibração humana é um assunto multidisciplinar que envolve conhecimento de diversas disciplinas como engenharia, ergonomia, matemática, medicina, física, fisiologia, psicologia e estatística” (GRIFFIN, 1996, p. 3).

O caminhar humano gera esforços em várias direções. Em lajes de edifícios, a rigidez horizontal normalmente é suficiente grande, podendo, desta forma, serem consideradas apenas as parcelas verticais. (LIMA, 2007)

O foco desse trabalho é determinar a frequências natural dos dois sistemas construtivos de laje e comparar com a frequência crítica gerada através de atividades humanas seguindo a finalidade do uso, conforme lista a NBR 6118:2014.

Pode-se citar vários autores que trabalharam nessa linha de pesquisa de vibrações devido a atividade humana.

Costa (2012), analisou o comportamento dinâmico de lajes nervuradas de concreto armado submetidas a ações humanas rítmicas, utilizando o programa computacional SAP 2000. Nesse estudo constata-se que as lajes apresentam maior sensibilidade à mudança da viga de bordo quando a relação entre vãos é maior, onde pode ser vantajoso projetá-las com vigas de bordo maiores, pois aumenta as frequências naturais da laje. Outra constatação foi a relação proporcional do aumento da resistência característica à compressão do concreto com o aumento das frequências naturais da laje.

Baltar (2000), analisou seis tipos de passarelas para pedestres existentes na cidade de Brasília, com o objetivo de analisar o conforto e segurança. Todas foram analisadas com o programa computacional ANSYS. No final a autora sugeriu várias medidas de correção como amortecedores, barras de travamento entre outras.

Carmona (2011), projetou e construiu uma plataforma de ensaios dinâmicos, que servirá no futuro para realização de programas experimentais nos quais serão estudados parâmetros que envolvem a definição dos carregamentos produzidos por pessoas em diferentes atividades como caminhar, saltar e dançar

Küster e Sartorti (2011), apresenta um comparativo de frequências naturais de três sistemas construtivos de lajes, aplicados a um mesmo pavimento, analisando-se a influência do arranjo estrutural da laje sobre a capacidade resistente às ações dinâmicas do pavimento. Na análise com diferentes sistemas construtivos de lajes, é mostrado que lajes nervuradas conseguem frequências naturais maiores que lajes maciças utilizando a mesma quantidade de concreto (espessura média). Porém, caso

alguma edificação precise estar trabalhando com alturas baixas nos pavimentos, as lajes maciças conseguem frequências naturais maiores do que as nervuradas.

Mouring (1992) investigou os carregamentos por atividades humanas e como a estrutura se comporta. A autora afirma que carregamentos dinâmicos gerados pela atividade humana, se definem como um processo aleatório que varia não somente no tempo como também no espaço e, portanto, devem em geral ser modelados como processos estocásticos e aplicados à estrutura numa análise dinâmica, com o objetivo de se prever com precisão as vibrações.

Bachmann & Ammann (1987) dispõe várias normas de conforto e aceitação existentes. Em termos de estrutura, mencionam as normas alemãs DIN 4150/3 (1983) e KDT 046 (1972), a suíça SN 6490312 (1978) e a norma internacional ISO 4866 (1984); em termos de conforto humano, apresentam as alemãs DIN 4150/2 (1983), VDI 2057 (1983/1981/1979) e SBA 123 (1982), a norma internacional ISO 2631 (1980), as britânicas BRE Digest 278 (1983), BS 5400/2 (1978) e BS 6472 (1984), a canadense NBC Canada, Commentary A (1985), entre outras normas.

4.1.5. AltoQi Eberick V10

AltoQi é uma empresa nacional que desenvolve e comercializa programas ligados a Engenharia, no qual o Eberick faz parte. O AltoQi Eberick V10 é um programa específico para área de estruturas em concreto armado (moldado in-loco ou pré-moldado), onde faz as mais diversas análises de comportamento e detalhamento dos elementos estruturais, como estacas, sapatas, pilares, vigas e lajes, de acordo com a NBR 6118:2014, além da visualização tridimensional da estrutura modelada e exportação de arquivos em formato .IFC (BIM), DWG, DXF, STL e .OBJ.

Possui também vários recursos de dimensionamento e um excelente sistema gráfico de entrada de dados e opção de exportação de extensão .IFC a fim de construir modelos BIM integrados, de acordo com o “Open BIM”. Além de outras ferramentas como: Pranchas finais dos detalhamentos, plantas de formas, locação e cortes, Geração automatizada de memorial de cálculo e critérios de projeto, Resumo de materiais, entre outros.

Para lajes, elemento de estudo do Trabalho, O Eberick possui diversas configurações que permitem ao usuário personalizar o processo de dimensionamento dos elementos estruturais de concreto armado. O dimensionamento é realizado pelo programa de acordo com as instruções normativas, porém cabe ao usuário definir vários parâmetros de projeto para o dimensionamento existentes no Eberick como: Permitir ancoragem na laje adjacente, dispensar verificação ao cisalhamento, Relação máxima entre altura e CG da armadura, Taxa de armadura máxima, entre outras.

Para o estudo de vibrações, o Eberick conta com um recurso de verificação do Estado-Limite de vibrações excessivas nos pavimentos segundo o item 23.3 da NBR 6118:2014, que diz: Para assegurar comportamento satisfatório das estruturas sujeitas a vibrações, deve-se afastar o máximo possível a frequência própria da estrutura (f) da frequência crítica (f_{crit}), que depende da destinação da respectiva edificação. A condição abaixo deve ser satisfeita:

$$f > 1,2 f_{crit}$$

Tabela 1 – Frequência crítica para vibrações verticais para alguns casos especiais de estruturas submetidas a vibrações pela ação pessoas.

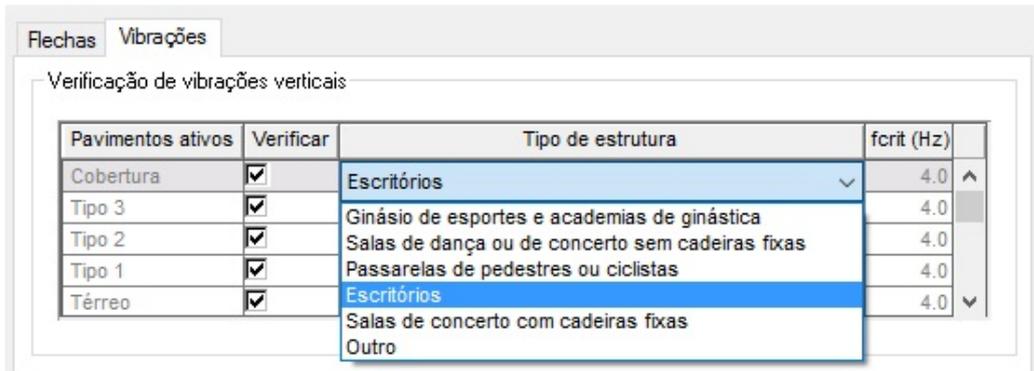
Caso	fcrit. (Hz)
Ginásio de esportes e academias de ginástica	8,0
Salas de dança ou de concerto sem cadeiras fixas	7,0
Passarelas de pedestres ou ciclistas	4,5
Escritórios	4,0
Salas de concerto com cadeiras fixas	3,5

Fonte: ABNT NBR 6118:2014.

Com este mesmo recurso, o Eberick calcula os modos de vibração e frequências, onde se extrai a frequência natural da laje e compara com os limites de norma citados na tabela 1. Na figura 2, tem-se um exemplo de como é disponibilizado os resultados no Eberick.

Figura 2: Visualização dos resultados obtidos com no Eberick

Verificações ao ELS



Análise dinâmica - Lajes do pavimento

Tipo 1

Modo	Período (s)	Frequência (Hz)
1	0.141	7.087
2	0.128	7.840
3	0.125	7.994
4	0.113	8.848



VERIFICAÇÃO DAS VIBRAÇÕES			
f (Hz)	fcrit (Hz)	f/fcrit	Condição (f/fcrit>1.2)
7.09	4.00	1.77	Ok

Fonte: <http://eberickv10next.altoqi.com.br/novos-recursos/verificacao-do-estado-limite-de-vibracoes-no-pavimento/>

Para a realização do projeto estrutural no Eberick, é importante ter alguns parâmetros da NBR 6118:2014, que servem de dados de entrada para as suas ferramentas de dimensionamento da estrutura. Conforme mostra as figuras abaixo.

Figura 3: Classes de agressividade ambiental, NBR-6118-2014

Classe de agressividade ambiental	Agressividade	Classificação geral do tipo de ambiente para efeito de projeto	Risco de deterioração da estrutura
	I	Fraca	Rural
II	Moderada	Submersa	Pequeno
III	Forte	Urbana ^{a, b}	Grande
IV	Muito forte	Marinha ^a Industrial ^{a, b} Industrial ^{a, c} Respingos de maré	Elevado

^a Pode-se admitir um microclima com uma classe de agressividade mais branda (uma classe acima) para ambientes internos secos (salas, dormitórios, banheiros, cozinhas e áreas de serviço de apartamentos residenciais e conjuntos comerciais ou ambientes com concreto revestido com argamassa e pintura).

^b Pode-se admitir uma classe de agressividade mais branda (uma classe acima) em obras em regiões de clima seco, com umidade média relativa do ar menor ou igual a 65 %, partes da estrutura protegidas de chuva em ambientes predominantemente secos ou regiões onde raramente chove.

^c Ambientes quimicamente agressivos, tanques industriais, galvanoplastia, branqueamento em indústrias de celulose e papel, armazéns de fertilizantes, indústrias químicas.

Fonte: NBR 6118-2014

Figura 4: Classe de agressividade e qualidade do concreto NBR-6118-2014

Concreto ^a	Tipo ^{b, c}	Classe de agressividade (Tabela 6.1)			
		I	II	III	IV
Relação água/cimento em massa	CA	≤ 0,65	≤ 0,60	≤ 0,55	≤ 0,45
	CP	≤ 0,60	≤ 0,55	≤ 0,50	≤ 0,45
Classe de concreto (ABNT NBR 8953)	CA	≥ C20	≥ C25	≥ C30	≥ C40
	CP	≥ C25	≥ C30	≥ C35	≥ C40

^a O concreto empregado na execução das estruturas deve cumprir com os requisitos estabelecidos na ABNT NBR 12655.

^b CA corresponde a componentes e elementos estruturais de concreto armado.

^c CP corresponde a componentes e elementos estruturais de concreto protendido.

Fonte: NBR 6118-2014

Figura 5: Relação entre classe de agressividade e cobrimento nominal.

Tipo de estrutura	Componente ou elemento	Classe de agressividade ambiental (Tabela 6.1)			
		I	II	III	IV ^c
		Cobrimento nominal mm			
Concreto armado	Laje ^b	20	25	35	45
	Viga/pilar	25	30	40	50
	Elementos estruturais em contato com o solo ^d	30		40	50
Concreto protendido ^a	Laje	25	30	40	50
	Viga/pilar	30	35	45	55

^a Cobrimento nominal da bainha ou dos fios, cabos e cordoalhas. O cobrimento da armadura passiva deve respeitar os cobrimentos para concreto armado.

^b Para a face superior de lajes e vigas que serão revestidas com argamassa de contrapiso, com revestimentos finais secos tipo carpete e madeira, com argamassa de revestimento e acabamento, como pisos de elevado desempenho, pisos cerâmicos, pisos asfálticos e outros, as exigências desta Tabela podem ser substituídas pelas de 7.4.7.5, respeitado um cobrimento nominal ≥ 15 mm.

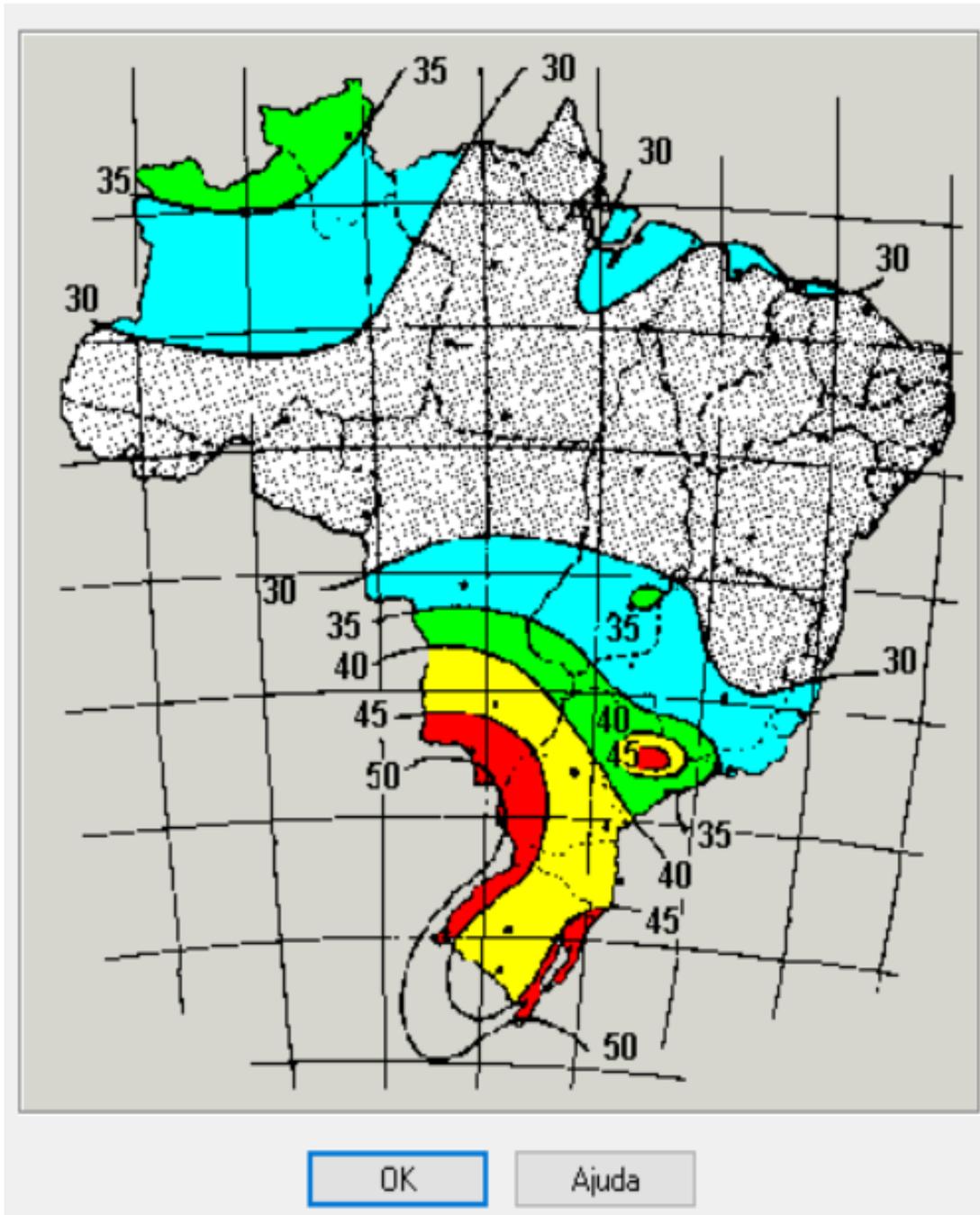
^c Nas superfícies expostas a ambientes agressivos, como reservatórios, estações de tratamento de água e esgoto, condutos de esgoto, canaletas de efluentes e outras obras em ambientes química e intensamente agressivos, devem ser atendidos os cobrimentos da classe de agressividade IV.

^d No trecho dos pilares em contato com o solo junto aos elementos de fundação, a armadura deve ter cobrimento nominal ≥ 45 mm.

Fonte: NBR 6118-2014

Figura 6: Mapa de forças de vento conforme a NBR 6118:2014

Velocidade do Vento



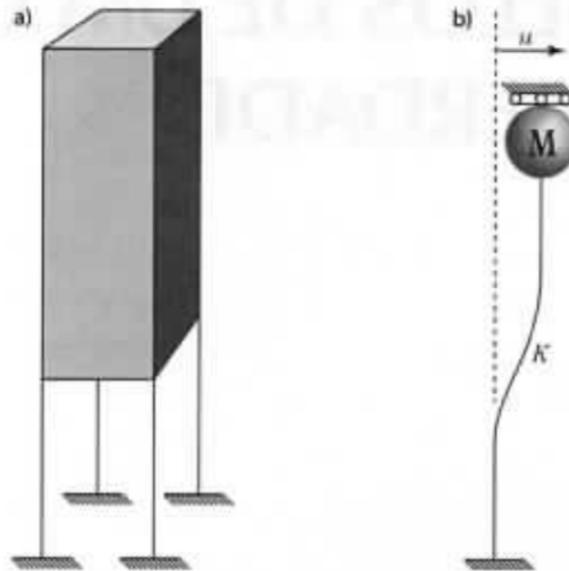
Fonte: Eberick

4.2. MODELO DE UM GRAU DE LIBERDADE

Neste trabalho, utiliza-se a segunda lei do movimento de Newton para obter a equação de movimento, que pode ser enunciada como: a taxa de variação do momento linear é igual à força que age sobre a massa ou corpo (Rao, 2008). Mesmo que esse estudo apresente somente equações simples de um grau de liberdade, elas já nos mostram uma boa aproximação das soluções de casos de dinâmica linear em estruturas. O modelo de um grau de liberdade é quando se pega um problema comum, com infinitos graus de liberdade e reduzimos a somente um grau de liberdade, ou seja, deixamos somente um movimento possível com livre deslocamento. Sendo isto, tem-se uma só coordenada para todo o sistema e, portanto, pode-se aplicar as leis da mecânica.

Para facilitar o entendimento, Brasil e Silva (2013) explica o modelo de um grau de liberdade com o exemplo: Considere-se a caixa d'água elevada sobre quatro colunas da figura 1.1a. com a intenção de facilitar as análises e de focar a atenção sobre os fenômenos importantes é constituído um modelo conceitual mínimo. Começa-se estudando o problema em um plano. A caixa dita será considerada uma massa pontual M fixada à extremidade de uma coluna única, de massa desprezível e inextensível. Caso impeça a rotação da massa M , O único movimento possível será o horizontal, conforme a figura 3a e 3b.

Figura 7: Simulação de um exemplo de vários graus de liberdade



Fonte: Brasil e Silva, 2013.

Desenvolvendo o modelo matemático pelo uso das leis da mecânica, assume-se $P(t)$ = carga horizontal e $f_e = Ku$ força restauradora elástica proporcional ao deslocamento. Nesse exemplo $K = 4(12EI/L^3)$, onde EI a rigidez à flexão e L a sua altura. Deve-se considerar também considerar o atrito interno que sempre está presente em estruturas reais, que resulta em uma força de dissipação (amortecimento), que nesse exemplo assume-se como $f_d = C\dot{u}$ (o ponto em cima da variável significa a derivada primeira em relação ao tempo). Pode-se considerar pela segunda lei de Newton, a soma das forças aplicadas a uma massa que corresponde a uma força de inercia igual ao produto da massa pela aceleração $f_i = M\ddot{u}$ (os dois pontos em cima da variável significam a derivada segunda em relação ao tempo).

Assim,

$$f_i = P(t) - f_e - f_d' \quad (3.1)$$

Que, considerando as igualdades acima, temos:

$$M\ddot{u} + C\dot{u} + Ku = P(t) \quad (3.2)$$

Dessa forma, temos a famosa Equação de movimento de um sistema de um grau de liberdade, EDO (Equação diferencial ordinária), linear e de coeficientes constantes, Brasil e Silva (2013).

Segundo Rao (2008), o estudo da vibração livre de sistemas de um grau de liberdade, amortecidos e não amortecidos, é fundamental para o entendimento de questões mais avançadas de vibrações.

4.2.1. Vibrações livres não amortecidas

Quando se despreza o amortecimento e o considera como nulo, chega-se a uma EDO com apenas dois movimentos possíveis, as condições de deslocamento inicial e a de velocidade \dot{u}_0 , Brasil e Silva (2013).

Assim,

$$M\ddot{u} + Ku = 0 \quad (3.3)$$

ou

$$\ddot{u} + \omega^2 u = 0 \quad (3.4)$$

onde

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{M}} \quad (3.5)$$

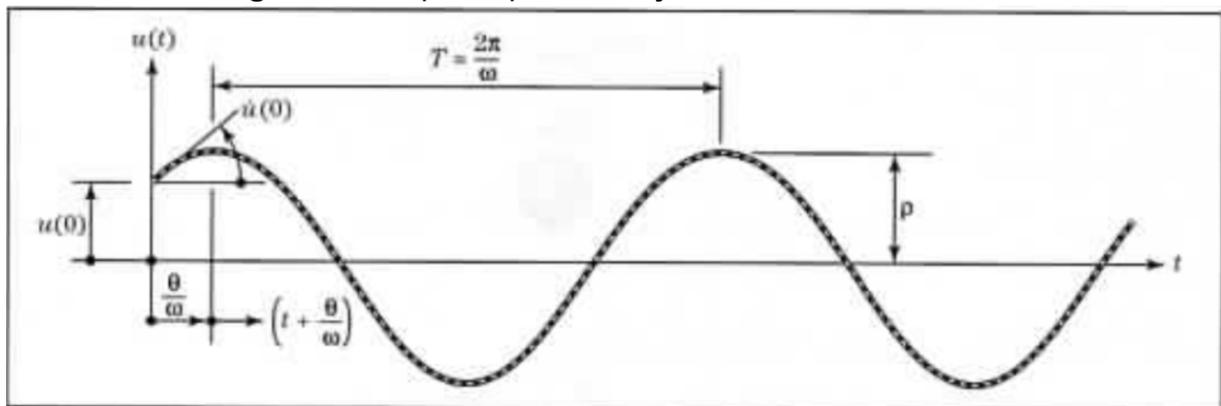
é a frequência circular não amortecida do sistema (em rad/s). A frequência cíclica (em Hz, ou ciclos por segundo) é

$$f = \frac{\omega}{2\pi} \quad (3.6)$$

que é o inverso do período de vibração livre (em segundos),

$$T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega} \quad (3.7)$$

Figura 8: Resposta para vibração livre não amortecida.



Fonte: Brasil e Silva, 2013.

Portanto, quando a estrutura entra em movimento, ocorre uma vibração harmônica com frequência f , ou seja, o número de movimento a cada segundo. Já o período T é o intervalo de tempo necessário para que o movimento volte a se repetir. Os dois são chamados de movimentos naturais, Brasil e Silva (2013).

Esse movimento harmônico necessita das condições iniciais, descritas como:

$$u(t) = \rho \cos(\omega t + \theta) \quad (3.8)$$

onde ρ é a amplitude das vibrações e θ o ângulo de fase:

$$\rho = \sqrt{u_0^2 + \left(\frac{\dot{u}_0}{\omega}\right)^2} \quad (3.9)$$

$$\theta = \tan^{-1} \left[\frac{\dot{u}_0}{\omega u_0} \right] \quad (3.10)$$

4.2.2. Vibrações Livres Amortecidas

Quando consideramos o amortecimento, nos aproximamos mais das estruturas reais, onde a equação passa a ser uma EDO

$$M\ddot{u} + C\dot{u} + Ku = 0 \quad (3.11)$$

ou

$$\ddot{u} + 2\xi\omega\dot{u} + \omega^2u = 0 \quad (3.12)$$

onde adicionamos a “taxa de amortecimento” que é

$$\xi = \frac{C}{2M\omega} \quad (3.13)$$

em geral, em problemas de dinâmica das estruturas os valores de ξ é quase sempre menor que 1, Brasil e Silva (2013).

Para qualquer sistema amortecido, o fator de amortecimento ξ é definido como a razão entre a constante de amortecimento e a constante de amortecimento crítico (Rao, 2008).

Assim a EDO é

$$u(t) = e^{-\xi\omega t} \rho \cos(\theta_D t + \theta) \quad (3.14)$$

onde a frequência amortecida de vibração é

$$\omega_D = \omega\sqrt{1 - \xi^2} \quad (3.15)$$

Amplitude

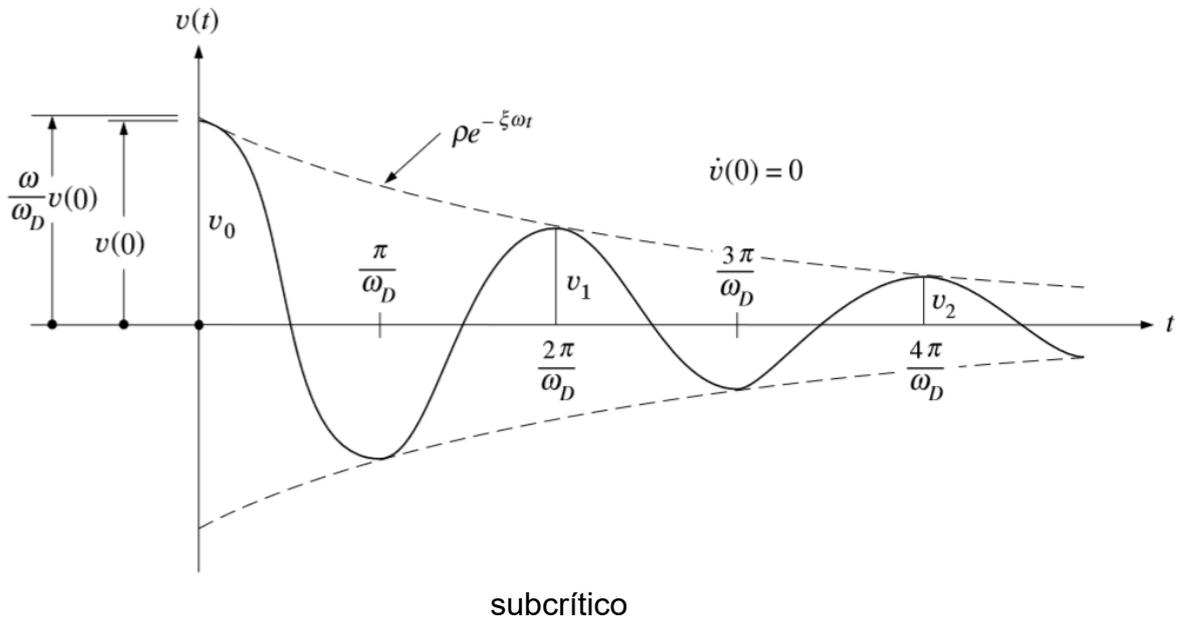
$$\rho = \sqrt{u_0^2 + \left(\frac{\dot{u}_0 + \xi\omega u_0}{\omega_D}\right)^2} \quad (3.16)$$

e ângulo de fase:

$$\theta = -\tan^{-1} \left[\left(\frac{\dot{u}_0 + \xi \omega u_0}{\omega_D u_0} \right) \right] \quad (3.17)$$

Pode-se ver que o movimento representado pela equação (3.14) é aperiódico, ou seja, não periódico. Devido ao fator de amortecimento $e^{-\xi \omega t}$ que tende à zero, quando t tende ao infinito. Conforme mostra a figura 5.

Figura 9 – Resposta para vibração livre de um sistema com amortecimento.



Fonte: W.Clough, 1995.

4.3. MODELO COM VÁRIOS GRAUS DE LIBERDADE

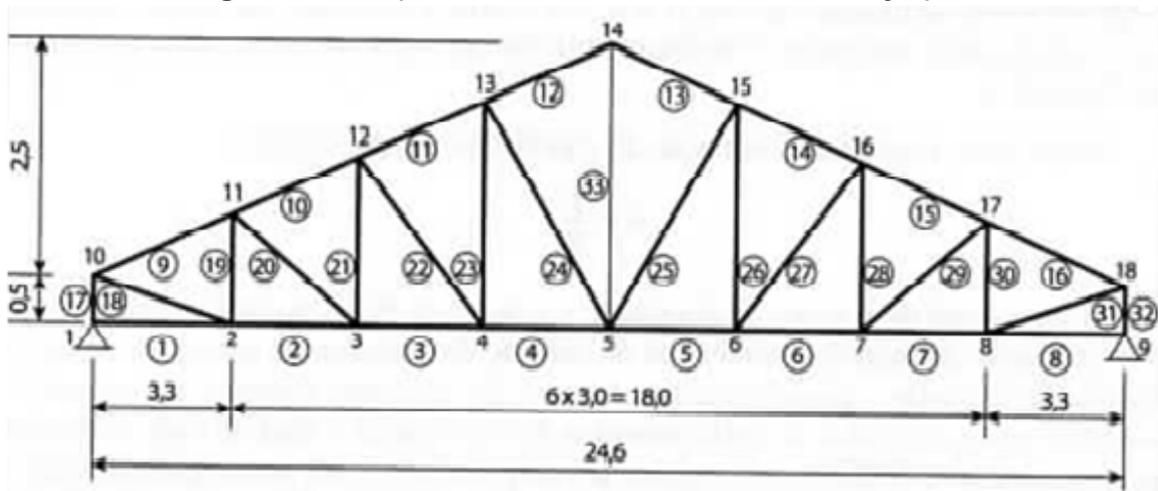
Segundo Denoël (2010), definimos o modelo de vários graus de liberdade como sendo o modelo que necessita de várias coordenadas independentes, onde o número do grau de liberdade determina a quantidade de equações diferenciais existentes e seus movimentos próprios. Mesmo si no estudo de estruturas na engenharia civil, em alguns casos, se comportam como um modelo de um grau de

liberdade, as vezes é necessário considerar uma combinação de movimentos de forma distintas para explicar o que realmente está sendo estudado.

No estudo de estruturas de porte real, geralmente não conseguimos realizar esses procedimentos manualmente. Nesse caso é necessário, o uso de programas computacionais, onde a sua maioria disponível, utiliza o método dos deslocamentos. Método que estuda a deformação de uma estrutura que é representada na ideia de vários deslocamentos em diferentes áreas. Nesse contexto, a deformação da estrutura é modelada com a ajuda dos graus de liberdade e as formas distintas citada acima são as deformações associadas a cada deslocamento unitário, todos os outros movimentos seguem restritos.

Brasil e Silva (2013), exemplifica com uma treliça plana (figura10), tipo de estrutura muito usado em galpões. Nesse método divide a estrutura em grande número de elementos unidos em nós, cujos deslocamentos são incógnitas do problema a serem determinadas. Os deslocamentos em cada nó livre nas direções horizontais e verticais são incógnitas.

Figura 10: Esquema de elementos e nós de treliça plana.



Fonte: Brasil e Silva (2013).

Todos os conceitos do modelo de um grau de liberdade podem ser usados no modelo de vários graus de liberdade. Por exemplo há uma única equação de movimento para cada grau de liberdade. Segundo Rao (2008), o método para determinar as frequências naturais pela equação característica obtida igualando o determinante a zero também se aplica a esses sistemas.

Assim, se N é igual a nós livres, tem-se $n = 2N$ incógnitas (não considerando os deslocamentos nulos como incógnita). Como trabalha-se com muitos valores, utiliza-se um Vetor dos deslocamentos, ou seja, os valores são colocados em forma de coluna com n linhas, conforme dispõe Brasil e Silva (2013).

$$u = \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{Bmatrix} \quad (3.18)$$

No caso mais geral, de forma semelhante, assume-se $n = 2N$ componentes de força externa aplicada em cada nó livre, nas duas direções, vertical e horizontal (dados conhecidos no problema). Assim, da mesma forma, utiliza-se um Vetor dos deslocamentos para ajudar nos cálculos.

$$p = \begin{Bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ p_n \end{Bmatrix} \quad (3.19)$$

Para Brasil e Silva (2013): O método dos deslocamentos nos permite dizer que a relação entre os esforços elásticos restauradores internos e os deslocamentos é:

$$f_e = c \quad (3.20)$$

De onde, tem-se a matriz “rigidez” com n linhas e n colunas:

$$K = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & \dots & k_{1n} \\ k_{21} & k_{22} & \dots & k_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ k_{n1} & k_{n2} & \dots & k_{nn} \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

Assim, a equação do equilíbrio, que é a relação que resolve os problemas estáticos, que coloca em igualdade o vetor carregamento ao vetor de forças elásticas restauradoras, é dada como:

$$p = f_e = ku \quad (3.22)$$

Ou

$$ku = p \quad (3.23)$$

Rao (2008), detalha que a matriz de rigidez tem, no mínimo, um termo não-zero fora da diagonal. No entanto, para a matriz de massa tiver no mínimo um termo não-zero fora da diagonal, diz-se que o sistema é dinamicamente acoplado.

Ainda segundo (Brasil e Silva, 2013), no caso geral, com infinitos graus de liberdade n , deve-se utilizar métodos numéricos de solução de sistemas de equações para a solução da equação de equilíbrio. Vale lembrar da Lei de Hooke:

$$N = \frac{EA}{L_0} \Delta L \quad (3.24)$$

onde E é o módulo de elasticidade do material, A é a área da seção transversal da barra, L_0 é o comprimento original do elemento e ΔL a sua mudança de comprimento.

Em dinâmica das estruturas, onde a velocidade é considerada, não se pode desprezar o vetor das forças de dissipação de energia (amortecimento),

$$f_e = C\dot{u} \quad (3.25)$$

de onde tem-se a matriz de amortecimento

$$C = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & \dots & C_{1n} \\ C_{21} & C_{22} & \dots & C_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ C_{n1} & C_{n2} & \dots & C_{nn} \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

Pela a segunda lei de Newton, surge também o vetor das forças de inércia, que equilibra as forças em ação, Brasil e Silva (2013), assim:

$$f_i = M\ddot{u} \quad (3.27)$$

De onde tem-se a matriz de massa:

$$M = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & \dots & M_{1n} \\ M_{21} & M_{22} & \dots & M_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ M_{n1} & M_{n2} & \dots & M_{nn} \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

Assim, para resolver o sistema de equações diferenciais que está nos problemas de dinâmica (linear), inclui-se os vetores de forças em uma só equação de equilíbrio dinâmico. Na forma:

$$M\ddot{u} + C\dot{u} + ku = p \quad (3.29)$$

4.3.1 Vibrações livres não amortecidas

Segundo Brasil e Silva (2013), quando não consideramos o amortecimento, onde o vetor de carregamento é nulo e admite-se que o sistema é posto em movimento somente por deslocamento e/ou velocidades não nulas, chega-se na equação do movimento homogênea

$$M\ddot{u} + ku = 0, \quad (3.30)$$

onde as soluções são formas \hat{u} chamadas **modos de vibração livre não amortecidos** em que todas as coordenadas do sistema variam harmonicamente no tempo, todas na mesma frequência, chamadas frequências de vibração livre não amortecida, ou seja

$$u = \hat{u} \cos(\omega t - \theta), \quad (3.31)$$

Derivando a equação duas vezes no tempo, substituindo na equação do movimento, chega-se no sistema de equações algébricas homogêneas

$$[K - \omega^2]\hat{u} = 0, \quad (3.32)$$

Para não obter soluções triviais, o determinante da matriz entre colchetes deve ser nulo

$$\det,[K - \omega^2]\hat{u} = 0, \quad (3.33)$$

chegando em uma equação polinomial de grau n na variável ω^2 , conhecida como equação de frequência, onde as n soluções ω_i , são positivas, reais e são as frequências naturais do sistema. Normalmente usa-se ω_1 a menor das frequências, até ω_n a maior. Em seguida, insere cada um dos valores de frequência na matriz, obtém-se agora, um sistema de indeterminados.

Segundo Brasil e Silva (2013), para possibilitar os cálculos dos modos de cada frequência é necessário arbitrar uma das componentes. Uma solução encontrada é fazer a primeira coordenada de cada modo unitária. Desse modo, pode-se obter os n modos de vibração e distribuí-los em uma matriz modal $n \times n$.

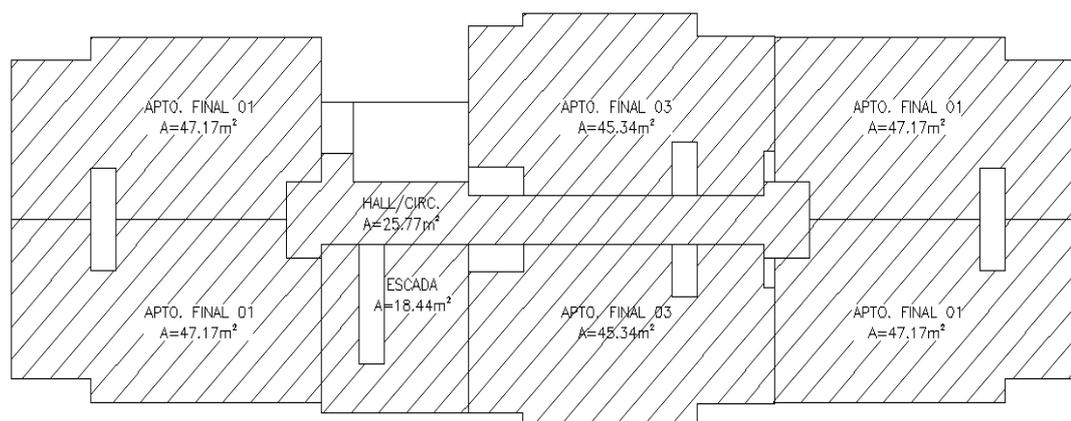
$$\phi = [\phi_1 \ \phi_2 \ \dots \ \phi_n] = \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} & \dots & \phi_{1n} \\ \phi_{21} & \phi_{22} & \dots & \phi_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \phi_{n1} & \phi_{n2} & \dots & \phi_{nn} \end{bmatrix}. \quad (3.34)$$

5. METODOLOGIA

5.1. DETALHAMENTO DO PROJETO ESTRUTURAL

O edifício residencial projetado é composto de 12 pavimentos. Nos pavimentos tipo há no total seis apartamentos por andar, onde quatro dispõem de 47,17 m² e dois de 45,34 m², totalizando 323,58 m² por pavimento com Hall e escada. Na cobertura localiza-se a casa de máquinas e reservatório superior. Todos os pavimentos têm assimetria da arquitetura e um pé direito de 3m.

Figura 11: Planta baixa do um pavimento tipo.



Fonte: Autor

Tabela 2 : Quadro de áreas do um pavimento tipo

Pavimento	Área computável	Área não computável	Total
Pav. Térreo	18,44 m ²	996,62 m ²	1015,06 m ²
Pav. Tipo (11x)	3576,65 m ²	16,61 m ²	3593,26 m ²
Total	3595,09 m ²	1013,23 m ²	4608,32 m ²

Fonte: Autor

Figura 12: Vista frontal e lateral do edifício projetado.



Fonte: Autor

A estrutura do edifício foi projetada em concreto armado, com resistência característica (f_{ck}) de 25 Mpa, Classe de agressividade ambiental II, de acordo com os critérios da Figura 3, relação água/cimento menor ou igual 0,6, segundo a classe de agressividade ambiental, figura 4. O Aço empregado foi o CA-50, com resistência característica de 500Mpa, para armaduras. O cobrimento das armaduras adotado foi 30mm para vigas e de 25mm para lajes seguindo as características de classe de agressividade ambiental conforme mostrado na figura 5.

5.2. LANÇAMENTO DA ESTRURA NO PROGRAMA EBERICK

As estruturas das lajes devem ser dimensionadas de maneira que trabalhem com segurança adequada. Onde a segurança é dependente dos seus estados limites, no qual a estrutura pode demonstrar um desempenho indevido à sua finalidade de projeto, como por exemplo, as vibrações excessivas em lajes que trazem desconforto para os usuários.

Segundo a NBR6118-2014, os estados limites pode ser definido como estados limites de serviço e estados limites últimos. Assim sendo, o objetivo dos projetos é sempre estar acima dos estados limites de serviço para um bom projeto.

Antes de tudo, foi feita importação da planta arquitetônica produzida no AutoCad diretamente para o Eberick. Em seguida, o dimensionamento e a distribuição dos pilares e vigas, conforme especifica a NBR 6118-2014. Vale lembrar, que o detalhamento da estrutura e suas características são definidas pelo projetista, portanto, é de sua inteira responsabilidade o comprimento dos requisitos normativos.

As lajes foram lançadas em uma ferramenta específica do programa Eberick, na qual se determina o tipo de laje, as considerações de cargas, o enchimento, entre outras especificações. Para as lajes nervurada e maciça foram consideradas os seguintes dados, conforme a figura 13 e figura 14 respectivamente.

Cada pavimento possui 23 lajes e todas possuem espessuras iguais. Foram admitidas como: 12cm para as lajes maciças e 25cm para nervuradas, respeitando assim os limites mínimos descritos no item 13.2.4.1 da NBR6118:2014. O detalhamento geral do edifício com pilares e vigas será deixado como anexo no final do trabalho.

Figura 13: Ferramenta de detalhamento da laje nervurada no Eberick.

Laje



Nome Tipo

Ambiente

Cargas

Grupo

Acidental kgf/m² Revestimento kgf/m²

Extra kgf/m²

Temperatura e retração °C

Vigota protendida

Arranjo

Grupo Altura

Enchimento

Tipo

Dimensão

Seção

Espessura cm Elevação cm

ec cm

ee cm

enx cm

eny cm

Fonte: Eberick V10

Tabela 3:Dados gerais das Lajes nervuradas do pavimento tipo 1

Seção (cm)						Cargas (kgf/m ²)			
Laje	Tipo	H	ee ec	enx eny	eex eey	Peso Próprio	Acidental Revestimento	Paredes Outras	Total
L1	Nervurada	25	20.00 5.00	12.50 12.50	67.50 67.50	285.13	200.00 100.00	0.00 0.00	585.13
L2	Nervurada	25	20.00 5.00	12.50 12.50	67.50 67.50	285.13	200.00 100.00	0.00 0.00	585.13
L3	Nervurada	25	20.00 5.00	12.50 12.50	67.50 67.50	285.13	200.00 100.00	0.00 0.00	585.13
L4	Nervurada	25	20.00 5.00	12.50 12.50	67.50 67.50	285.13	200.00 100.00	0.00 0.00	585.13
L5	Nervurada	25	20.00 5.00	12.50 12.50	67.50 67.50	285.13	200.00 100.00	0.00 0.00	585.13
L6	Nervurada	25	20.00 5.00	12.50 12.50	67.50 67.50	285.13	200.00 100.00	0.00 0.00	585.13
L7	Nervurada	25	20.00 5.00	12.50 12.50	67.50 67.50	285.13	200.00 100.00	0.00 0.00	585.13
L8	Nervurada	25	20.00 5.00	12.50 12.50	67.50 67.50	285.13	200.00 100.00	0.00 0.00	585.13
L9	Nervurada	25	20.00 5.00	12.50 12.50	67.50 67.50	285.13	200.00 100.00	0.00 0.00	585.13
L10	Nervurada	25	20.00 5.00	12.50 12.50	67.50 67.50	285.13	200.00 100.00	0.00 0.00	585.13
L11	Nervurada	25	20.00 5.00	12.50 12.50	67.50 67.50	285.13	200.00 100.00	0.00 0.00	585.13
L12	Nervurada	25	20.00 5.00	12.50 12.50	67.50 67.50	285.13	200.00 100.00	0.00 0.00	585.13
L13	Nervurada	25	20.00 5.00	12.50 12.50	67.50 67.50	285.13	200.00 100.00	0.00 0.00	585.13
L14	Nervurada	25	20.00 5.00	12.50 12.50	67.50 67.50	285.13	200.00 100.00	0.00 0.00	585.13
L15	Nervurada	25	20.00 5.00	12.50 12.50	67.50 67.50	285.13	200.00 100.00	0.00 0.00	585.13
L16	Nervurada	25	20.00 5.00	12.50 12.50	67.50 67.50	285.13	200.00 100.00	0.00 0.00	585.13
L17	Nervurada	25	20.00 5.00	12.50 12.50	67.50 67.50	285.13	200.00 100.00	0.00 0.00	585.13
L18	Nervurada	25	20.00 5.00	12.50 12.50	67.50 67.50	285.13	200.00 100.00	0.00 0.00	585.13
L19	Nervurada	25	20.00 5.00	12.50 12.50	67.50 67.50	285.13	200.00 100.00	0.00 0.00	585.13

L20	Nervurada	25	20.00 5.00	12.50 12.50	67.50 67.50	285.13	200.00 100.00	0.00 0.00	585.13
L21	Nervurada	25	20.00 5.00	12.50 12.50	67.50 67.50	285.13	200.00 100.00	0.00 0.00	585.13
L22	Nervurada	25	20.00 5.00	12.50 12.50	67.50 67.50	285.13	200.00 100.00	0.00 0.00	585.13
L23	Nervurada	25	20.00 5.00	12.50 12.50	67.50 67.50	285.13	200.00 100.00	0.00 0.00	585.13

Fonte: Eberick

Figura 14: Ferramenta de detalhamento da laje maciça no Eberick.

Laje



Fonte: (Eberick V10)

Tabela 4:Dados gerais das Lajes maciças do pavimento tipo1:

Seção (cm)						Cargas (kgf/m ²)			
Laje	Tipo	H	ee ec	enx eny	eex eey	Peso Próprio	Acidental Revestimento	Paredes Outras	Total
L1	Maciça	12				300.00	200.00 100.00	0.00 0.00	600.00
L2	Maciça	12				300.00	200.00 100.00	0.00 0.00	600.00
L3	Maciça	12				300.00	200.00 100.00	0.00 0.00	600.00
L4	Maciça	12				300.00	200.00 100.00	0.00 0.00	600.00
L5	Maciça	12				300.00	200.00 100.00	0.00 0.00	600.00
L6	Maciça	12				300.00	200.00 100.00	0.00 0.00	600.00
L7	Maciça	12				300.00	200.00 100.00	0.00 0.00	600.00
L8	Maciça	12				300.00	200.00 100.00	0.00 0.00	600.00
L9	Maciça	12				300.00	200.00 100.00	0.00 0.00	600.00
L10	Maciça	12				300.00	200.00 100.00	0.00 0.00	600.00
L11	Maciça	12				300.00	200.00 100.00	0.00 0.00	600.00
L12	Maciça	12				300.00	200.00 100.00	0.00 0.00	600.00
L13	Maciça	12				300.00	200.00 100.00	0.00 0.00	600.00
L14	Maciça	12				300.00	200.00 100.00	0.00 0.00	600.00
L15	Maciça	12				300.00	200.00 100.00	0.00 0.00	600.00
L16	Maciça	12				300.00	200.00 100.00	0.00 0.00	600.00
L17	Maciça	12				300.00	200.00 100.00	0.00 0.00	600.00
L18	Maciça	12				300.00	200.00 100.00	0.00 0.00	600.00
L19	Maciça	12				300.00	200.00 100.00	0.00 0.00	600.00
L20	Maciça	12				300.00	200.00 100.00	0.00 0.00	600.00

L21	Maciça	12				300.00	200.00 100.00	0.00 0.00	600.00
L22	Maciça	12				300.00	200.00 100.00	0.00 0.00	600.00
L23	Maciça	12				300.00	200.00 100.00	0.00 0.00	600.00

Um parâmetro importante que deve ser descrito no Eberick é a aba “Materiais e Durabilidades” onde foi definido o grau de agressividade do ambiente, a classe do concreto, abatimento, as bitolas, os carregamentos, as dimensões do agregado e os cobrimentos. Foi definido os mesmos dados nos dois sistemas construtivo de laje, conforme a figura 15 e 16, que descrevem os dados adotados no projeto.

Figura 15: Detalhamento de materiais e durabilidade

Materiais e durabilidade

Aplicação

Projeto inteiro
 Por pavimento

Pavimento

- Bitolas...
- Item 11
- Item 10
- Item 9
- Item 8
- Item 7
- Item 6
- Item 5
- Item 4
- Item 3
- Item 2
- Item 1
- Carreg.
- Abatido

Avisos

Existem 12 problemas nas propriedades definidas

Detalhes...

Geral

Classe de agressividade: 1 (fraca)

Dimensão do agregado: 19 mm

Controle rigoroso nas dimensões dos elementos

Considerar redução no cobrimento para peças com fck acima do requerido para a classe de agressividade

Abertura máxima das fissuras

Contato com o solo: 0.2 mm

Contato com a água: 0.1 mm

Demais peças: 0.3 mm

Combinações: Frequentes

Elementos

	Concreto	Cobrimento (peças externas)	Cobrimento (peças internas)	Cobrimento (contato com o solo)	Bitolas...
Vigas	C-25	2 cm	2 cm	2 cm	Bitolas...
Pilares	C-25	2 cm	2 cm	2 cm	Bitolas...
Lajes	C-25	2 cm		2 cm	Bitolas...
Reservatórios	C-25	3 cm			Bitolas...
Blocos	C-20			3 cm	Bitolas...
Sapatas	C-20			3 cm	Bitolas...
Tubulões	C-25			3 cm	Bitolas...
Muros	C-25			3 cm	Bitolas...
Radier	C-25			3 cm	Bitolas...

Elementos pré-moldados

	Concreto	Cobrimento (peças externas)	Bitolas...
Vigas	C-20	1.5 cm	Bitolas...
Pilares	C-20	1.5 cm	Bitolas...

Etapas... Tipo: Pré-moldado

Fluência... Barras... Classes... **OK** Cancelar Ajuda

Fonte: Eberick

Figura 16: Detalhamento das classes de concreto

Classes de concreto

Classes de resistência

- C-10
- C-20
- C-25
- C-30
- C-35
- C-40
- C-45
- C-50

Identificação	C-25
Resistência à compressão	
Resistência característica (fck)	250 kgf/cm ²
Coefficiente de minoração (γ_c)	1.4
Resistência de cálculo (fcd)	178.57 kgf/cm ²
Peso específico	
	2500 kgf/m ³
Abatimento (slump)	
	5 cm
Coefficiente de dilatação térmica	
	0.00001 /°C
Tipo de agregado	
	granito
Tipo de cimento	
	CP-IV
Módulo de elasticidade	
<input checked="" type="checkbox"/> Obter a partir do fck	
Módulo secante (Ecs)	241500 kgf/cm ²
Módulo inicial (Eci)	280000 kgf/cm ²
Resistência à tração	
<input checked="" type="checkbox"/> Obter a partir do fck	
Resistência média (fctm)	25.65 kgf/cm ²
Característica inferior (fctk,inf)	17.95 kgf/cm ²
Característica superior (fctk,sup)	33.34 kgf/cm ²
Resistência de cálculo (fctd)	12.82 kgf/cm ²
Custo	
Material	244.37 R\$/m ²
Execução	95.11 R\$/m ²

OK Cancelar Ajuda

Fonte: Eberick

O Eberick fornece vários tipos de configurações de análise estrutural, na qual especifica os parâmetros do modelo cálculo desejado. Na aba “Análise” pode-se indicar como a estrutura deve ser analisada, tendo duas opções: por “Grelha + Pórtico Espacial” ou por “Modelo integrado”. Mostrada na figura 17.

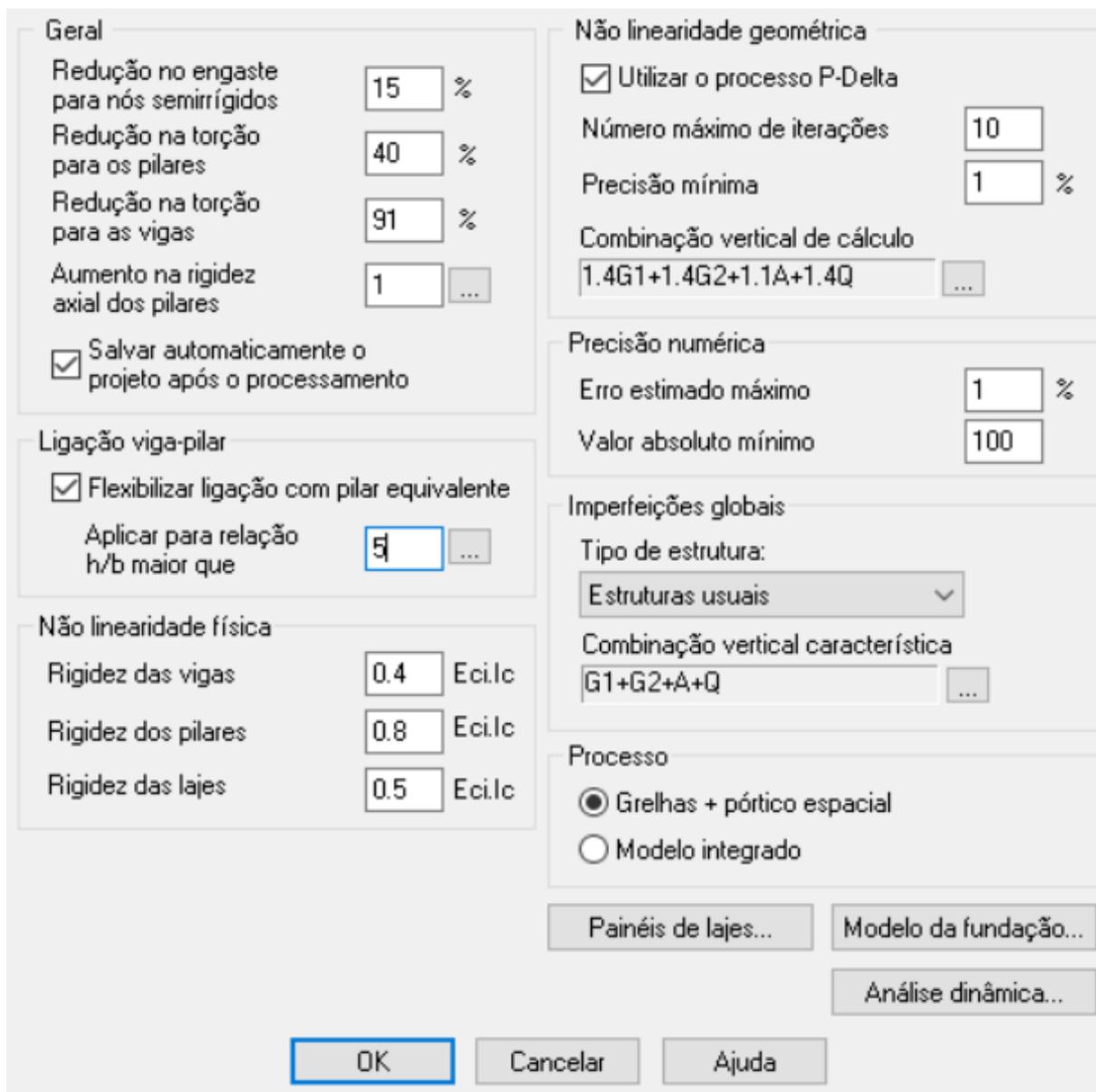
Modelo de “grelha + pórtico espacial”, é o modelo onde os pavimentos são calculados por um modelo individual de grelha e as reações nas vigas são adicionados à um modelo de pórtico espacial que inclui apenas vigas e pilares.

Já no “modelo integrado” de análises as lajes, escadas, vigas e pilares são analisados em um modelo único de pórtico espacial. Para a análise dinâmica da estrutura o Eberick dispõe somente o modelo de “Grelha + pórtico espacial”, pois existe muito custo computacional em realizar essa análise dinâmica com modelo integrado.

Para as porcentagens de redução, a NBR 6118:2014 no item 14.6.6.2 detalha que de maneira aproximada, nas grelhas e nos pórticos especiais, pode-se reduzir a rigidez à torção das vigas por fissuração, utilizando-se 15% da rigidez elástica. Para estar a favor da segurança, admitiu-se 9% conforme a figura 17.

Figura 17: Detalhamento da opção “Análise” no Eberick V10.

Análise



Geral

Redução no engaste para nós semirrígidos: 15 %

Redução na torção para os pilares: 40 %

Redução na torção para as vigas: 91 %

Aumento na rigidez axial dos pilares: 1 ...

Salvar automaticamente o projeto após o processamento

Ligação viga-pilar

Flexibilizar ligação com pilar equivalente

Aplicar para relação h/b maior que: 5 ...

Não linearidade física

Rigidez das vigas: 0.4 Eci.lc

Rigidez dos pilares: 0.8 Eci.lc

Rigidez das lajes: 0.5 Eci.lc

Não linearidade geométrica

Utilizar o processo P-Delta

Número máximo de iterações: 10

Precisão mínima: 1 %

Combinação vertical de cálculo: 1.4G1+1.4G2+1.1A+1.4Q ...

Precisão numérica

Erro estimado máximo: 1 %

Valor absoluto mínimo: 100

Imperfeições globais

Tipo de estrutura: Estruturas usuais

Combinação vertical característica: G1+G2+A+Q ...

Processo

Grelhas + pórtico espacial

Modelo integrado

Painéis de lajes... Modelo da fundação... Análise dinâmica...

OK Cancelar Ajuda

Fonte: Eberick

Também é possível considerar os efeitos do vento na estrutura, determinar os efeitos de segunda ordem globais e verificar o Estado-Limite de vibrações excessivas naturais do projeto, que é o objetivo principal desse estudo.

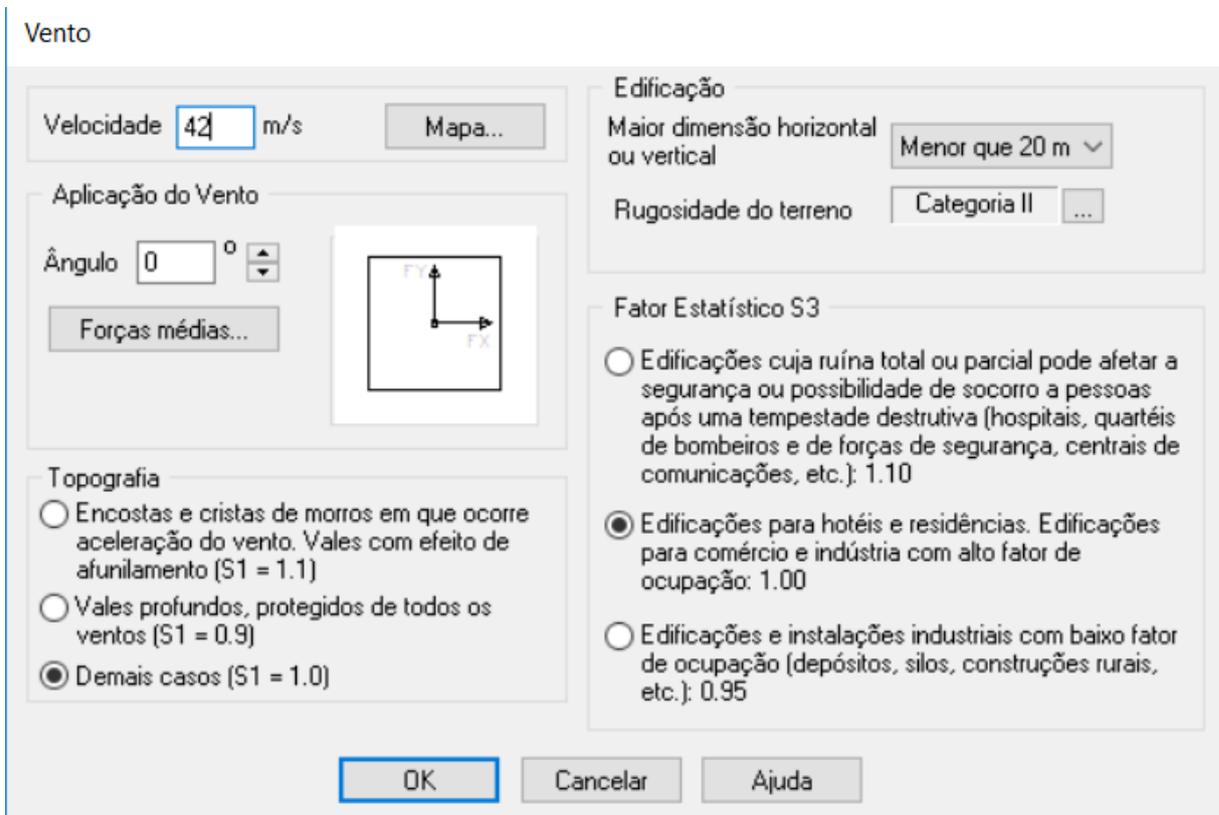
De acordo Kimura (2007), os edifícios de concreto, simulados por pórtico espacial, devem ser calibrados com recursos especiais nas ligações entre vigas e pilares, caso contrário, os deslocamentos e os esforços solicitantes obtidos durante a

análise estrutural poderão ser incompatíveis com a realidade da estrutura e, por conseguinte, a avaliação estrutural poderá ser realizada de forma imprecisa.

No momento em que as lajes são lançadas, o Eberick admite que todas elas estão simplesmente apoiadas. então, deve-se utilizar uma ferramenta específica no programa, para as considerarem engastadas no seu contorno, como foi determinado no projeto. Já para os carregamentos, o programa inclui diretamente o Peso próprio e a Carga acidental nas análises.

No parâmetro “Vento” foi determinado a força do vento atuante na estrutura de acordo com a posição geográfica de Brasília-DF, que pode ser definida no mapa de vento da NBR 6123, que é ilustrado no programa. Foi determinado uma velocidade de 42m/s de acordo com a figura 6, que mostra o mapa de vento.

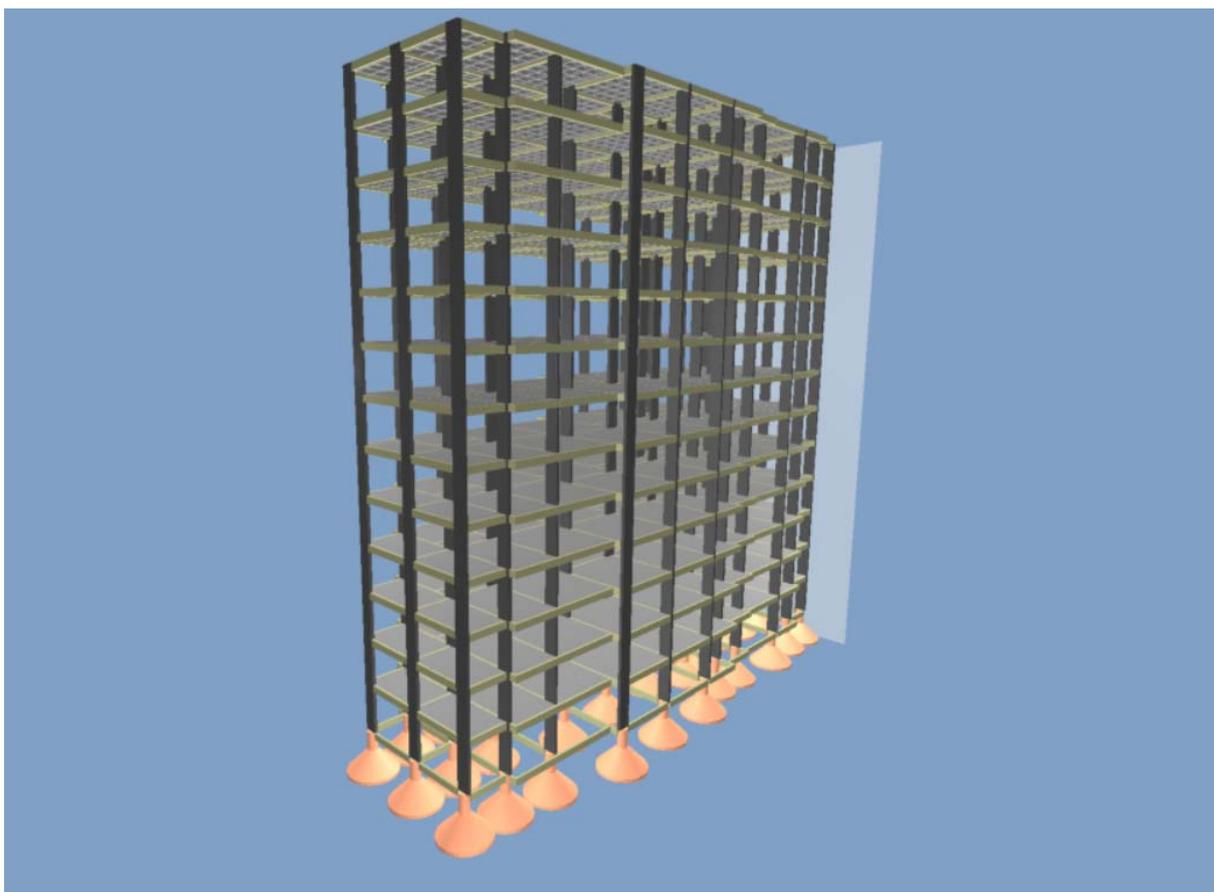
Figura 18: Detalhamento dos parâmetros de vento.



Fonte: Eberick

Depois de terminada a parte de detalhamento da estrutura, pode-se visualizar o projeto completo em 3D, com rotação nos eixos principais, que se mostra uma ótima ferramenta do programa de visualização do projeto (figura 19).

Figura 19- Estrutura Tridimensional Gerada no Eberick



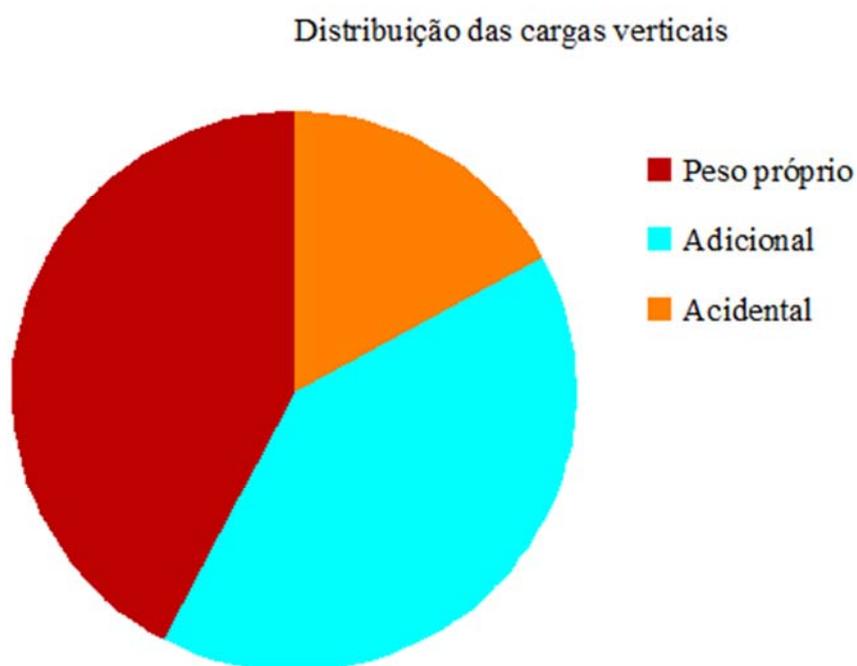
Fonte: Autor

5.3. DADOS DO DIMENSIONAMENTO ESTRUTURAL

Para os resultados obtidos da análise estrutural e detalhamento das lajes serão extraídos somente os dados de saída para as lajes do primeiro pavimento do projeto.

5.3.1. Dados das lajes nervuradas

Figura 20: Relação de carga por área das lajes nervuradas:



Fonte: Autor

Tabela 5: Distribuição das cargas verticais (lajes nervuradas).

Ação	Carregamentos (tf)	Percentual (%)
Peso próprio	2213.25	42.4%
Adicional	2113.65	40.5%
Acidental	892.06	17.1%
TOTAL	5218.97	100.0%

Tabela 6: Relação de carga por área (lajes nervuradas).

Pavimento	Carregamentos (tf)	Área (m²)	Carga/área (kgf/m²)
cobertura	340.28	349.83	972.71
tipo 11	393.02	349.83	1123.47
tipo 10	393.02	349.83	1123.47
tipo 9	393.02	349.83	1123.47
tipo 8	393.02	349.83	1123.47
tipo 7	393.02	349.83	1123.47
tipo 6	393.02	349.83	1123.47
tipo 5	393.02	349.83	1123.47
tipo 4	393.02	349.83	1123.47
tipo 3	393.02	349.83	1123.47
tipo 2	393.02	349.83	1123.47
tipo 1	393.02	349.83	1123.47
Terreo	395.42	349.83	1130.34
subsolo	160.02	-	-
TOTAL	5218.97	4547.77	1147.59

Tabela 7: Forças devido ao vento (lajes nervuradas).

Pavimento	Força X (tf)	Força Y (tf)
cobertura	2.10	6.41
tipo 11	4.18	12.73
tipo 10	4.13	12.59
tipo 9	4.06	12.38
tipo 8	3.99	12.15
tipo 7	3.90	11.90
tipo 6	3.81	11.62
tipo 5	3.71	11.30
tipo 4	3.59	10.94
tipo 3	3.44	10.49
tipo 2	3.26	9.93
tipo 1	3.00	9.14
Terreo	2.50	7.63
subsolo	0.08	0.26
TOTAL	45.75	139.47

Tabela 8: Modos de frequência – Lajes nervuradas do primeiro pavimento.

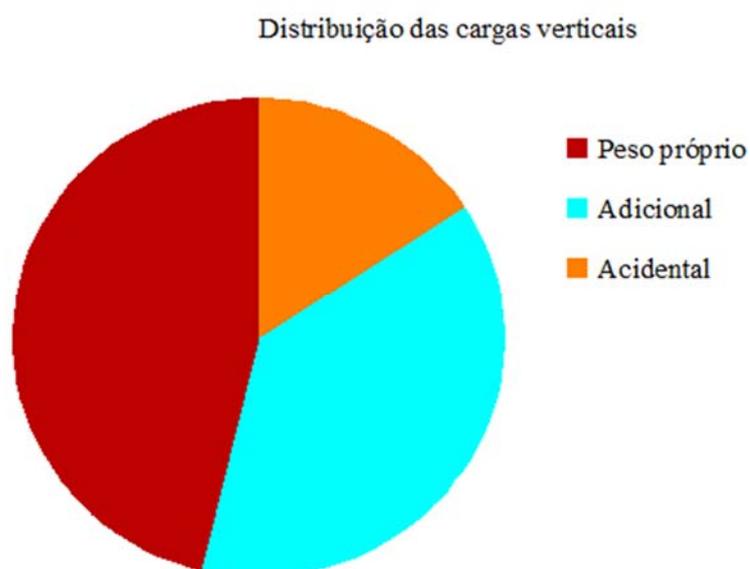
Modo	Período (s)	Frequência (Hz)
1	0.100	10.038
2	0.091	11.020
3	0.089	11.267
4	0.085	11.709

Tabela 9: Índices de consumo de materiais (lajes nervuradas).

Elemento	Consumo por área			Consumo por volume de concreto	
	Concreto (m ³ /m ²)	Forma (m ² /m ²)	Aço (kg/m ²)	Forma (m ² /m ³)	Aço (kg/m ³)
Vigas	0.04	0.67	5.83	15.83	137.72
Pilares	0.04	0.52	4.96	13.13	124.63
Lajes	0.11	0.00	3.80	0.00	35.68
TOTAL	0.19	1.19	14.58	6.33	77.36

5.3.2. Dados da Laje maciça

Figura 21: Relação de carga por área das lajes maciças



Fonte: Autor

Tabela 10: Distribuição das cargas verticais (lajes maciças).

Ação	Carregamentos (tf)	Percentual (%)
Peso próprio	2445.50	46.2%
Adicional	2004.93	37.9%
Acidental	837.43	15.8%
TOTAL	5287.85	100.0%

Tabela 11: Relação de carga por área (lajes maciças).

Pavimento	Carregamentos (tf)	Área (m²)	Carga/área (kgf/m²)
cobertura	422.40	348.93	1210.56
tipo 11	422.69	348.93	1211.38
tipo 10	422.69	348.93	1211.38
tipo 9	422.69	348.93	1211.38
tipo 8	422.69	348.93	1211.38
tipo 7	422.69	348.93	1211.38
tipo 6	422.69	348.93	1211.38
tipo 5	422.69	348.93	1211.38
tipo 4	422.69	348.93	1211.38

tipo 3	422.69	348.93	1211.38
tipo 2	422.69	348.93	1211.38
tipo 1	422.69	348.93	1211.38
Terreo	215.92	-	-
TOTAL	5287.85	4187.13	1262.88

Tabela 12: Forças devido ao vento (lajes maciças).

Pavimento	Força X (tf)	Força Y (tf)
cobertura	1.44	4.38
tipo 11	2.85	8.70
tipo 10	2.82	8.59
tipo 9	2.76	8.43
tipo 8	2.71	8.25
tipo 7	2.64	8.06
tipo 6	2.57	7.83
tipo 5	2.49	7.58
tipo 4	2.38	7.27
tipo 3	2.25	6.87
tipo 2	2.07	6.30
tipo 1	1.64	5.01
Terreo	0.04	0.14

TOTAL	28.66	87.41
--------------	-------	-------

Tabela 13: Modos de frequência – Lajes maciças do primeiro pavimento.

Modo	Período (s)	Frequência (Hz)
1	0.107	9.363
2	0.096	10.371
3	0.095	10.569
4	0.091	11.006

Tabela 14: Índices de consumo de materiais

Elemento	Consumo por área			Consumo por volume de concreto	
	Concreto (m³/m²)	Forma (m²/m²)	Aço (kg/m²)	Forma (m²/m³)	Aço (kg/m³)
Vigas	0.07	0.86	4.95	12.00	68.94
Pilares	0.04	0.56	4.48	12.50	99.92
Lajes	0.11	0.91	4.93	8.33	45.09
TOTAL	0.23	2.33	14.35	10.33	63.55

5.4. ANALISE DOS DADOS E VERIFICAÇÃO COM A NBR 6118-2014

5.4.1. Análise dinâmica - Lajes do pavimento tipo 1.

Segundo a NBR 6118-2014, para assegurar comportamento satisfatório das estruturas sujeitas a vibrações, deve-se afastar o máximo possível a frequência

própria da estrutura (f) da frequência crítica (f_{crit}), que depende da destinação da respectiva edificação. A condição abaixo deve ser satisfeita:

$$f > 1,2 f_{crit}$$

A ferramenta de análise de vibrações excessivas do Eberick forneceu os quatro primeiros modos de frequências naturais da laje nervurada, conforme mostra a tabela 8.

O primeiro modo de vibração, é o modo mais importante para a verificação do conforto e comportamento satisfatório da estrutura segundo os critérios da NBR 6118-2014, dado que é onde se encontra a menor frequência, ou seja, o caso mais crítico para satisfazer a condição da equação da norma.

Para a verificação das vibrações, deve-se também consultar o valor da frequência crítica (f_{crit}), de acordo com a finalidade da construção, seguindo os critérios da NBR 6118-2014 (tabela 1). No projeto será considerado $f_{crit}=4$, visto que se refere a um edifício residencial.

Tendo então a frequência do primeiro modo e a frequência crítica, pode-se então fazer a relação entre elas e verificar se as vibrações excessivas estão dentro da norma, para o conforto do usuário, conforme a tabela 15.

Tabela 15: Verificação da frequência natural das lajes nervuradas.

VERIFICAÇÃO DAS VIBRAÇÕES			
f (Hz)	fcrit (Hz)	f/fcrit	Condição (f/fcrit>1.2)
10.038	4.00	2.51	Ok

Para as lajes maciças, foi seguido o mesmo procedimento das lajes nervuradas. Obteve-se as frequências dos quatro primeiros modos de vibração, conforme a tabela 13.

Assim, junto com o mesmo $f_{crit}=4$, pode se fazer a verificação das vibrações e validar a conformidade coma NBR:6118:2014, conforme a tabela 16.

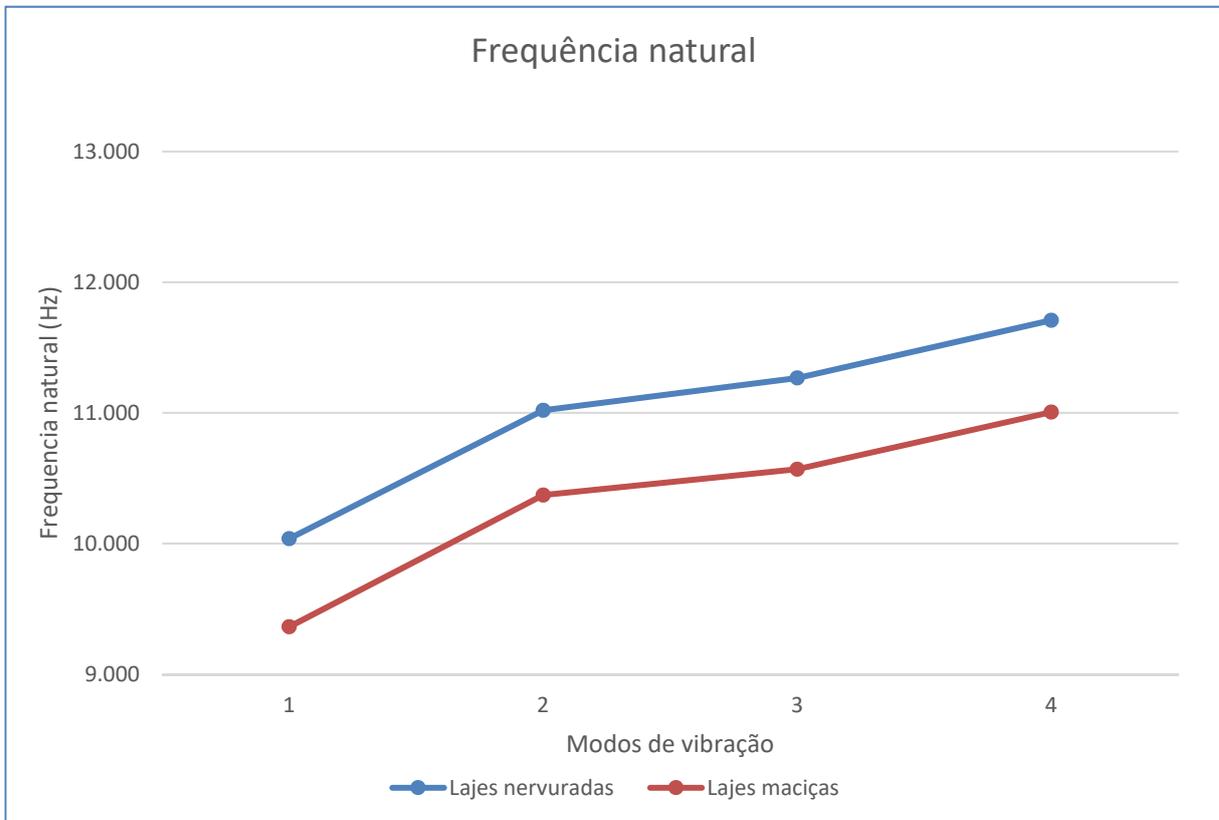
Tabela 16: Verificação da frequência natural das lajes maciças.

VERIFICAÇÃO DAS VIBRAÇÕES

f (Hz)	f_{crit} (Hz)	f/f_{crit}	Condição (f/f_{crit}>1.2)
9.36	4.00	2.34	Ok

Após a verificação das vibrações, pode-se concluir que as duas lajes (maciça e nervurada) tiveram um bom comportamento submetido a vibrações e estão conforme os limites de conforto da NBR 6118:2014. No entanto, fazendo um comparativo entre os limites de frequências naturais das duas lajes, pode-se observar que a laje nervurada se demonstrou mais eficiente para deter as vibrações. Conforme mostra a figura 22.

Figura 22: Relação das frequências naturais entre as lajes.



Fonte: Autor

Pois como supracitado anteriormente, quanto mais distante a frequência natural tiver da frequência crítica, a laje está com melhor desempenho. Fato que já era previsto e pode ser explicado analisando o sistema estrutural das nervuras, que juntas geram uma maior resistência e rigidez. No que possibilita as lajes nervuradas a ter uma excelente performance para vencer grandes vãos.

Para a verificação do conforto humano, os dois sistemas de lajes suportam com folga as vibrações devido a ações humanas do caso "Escritório" da NBR 6118:2014, pois a frequência natural das lajes se mostrou bem acima da frequência crítica dada por norma, que impõe a condição do **($f/f_{crit} > 1.2$)**.

Porém se em vez de escritório, projeta-se uma sala de ginástica, apenas as lajes nervuradas passariam dificilmente pelos critérios supracitados. O que prova a importância do sistema construtivo de lajes na hora de se elaborar um projeto de acordo com a finalidade do edifício.

5.4.2. Comparativo de consumos de materiais

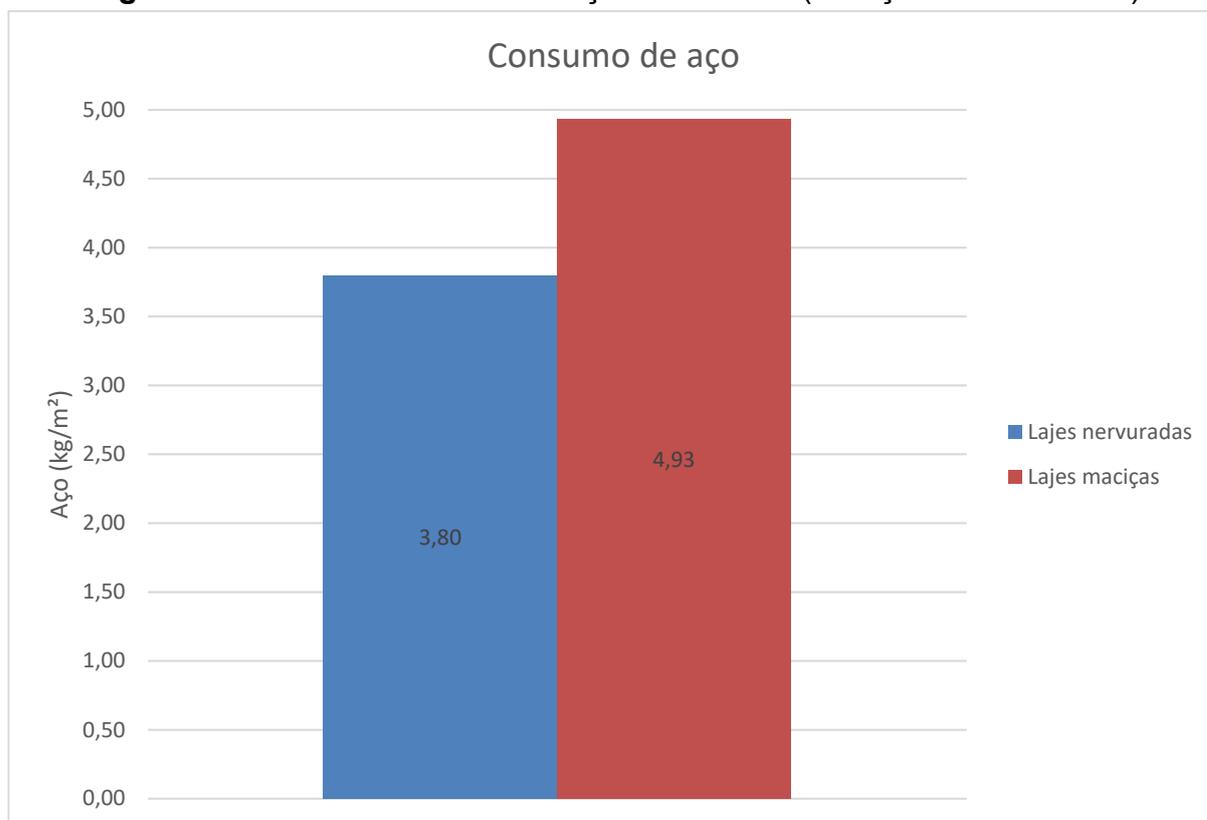
O consumo de materiais como: concreto, aço e formas, é mostrado nas tabelas 9 e 14, de acordo com os elementos (vigas, pilares e lajes). No entanto, como supracitado acima, esse trabalho aborda-se somente os consumos das lajes, que é o objetivo específico desse estudo.

Além de comparar concreto e aço, pode-se analisar rapidamente as formas. Comparando os dois sistemas de lajes (maciça e nervurada), percebe-se que o consumo de formas por área foi maior no sistema de laje maciça, que é uma das maiores desvantagens das lajes maciças. Segundo Silva & Lopes (2016), essa redução é devido a retirada de vigas interna. Além de poderem reutilizar as cubetas (formas de plástico) em média umas 20 vezes, gerando uma maior economia.

Segundo Souza (2018), analisando as lajes maciças, pela grande quantidade de material utilizado nas fôrmas, posteriormente descartadas, há custo elevado no valor total da obra e maior geração de resíduos.

Para o consumo de aço por área, as lajes nervuradas se mostraram bem mais econômicas. Para cada metro quadrado de aço consumido nas lajes nervuradas, é necessário 1,13 kg a mais de aço nas lajes maciças. Essa grande diferença pode ser explicada ao fato das lajes nervuradas substituírem a parte inferior da laje, que trabalham somente a tração, por um material inerte ou vazio. Assim, além de deixar a estrutura mais leve, tem-se uma boa redução tanto de concreto quanto de aço. Conforme mostra a figura 23.

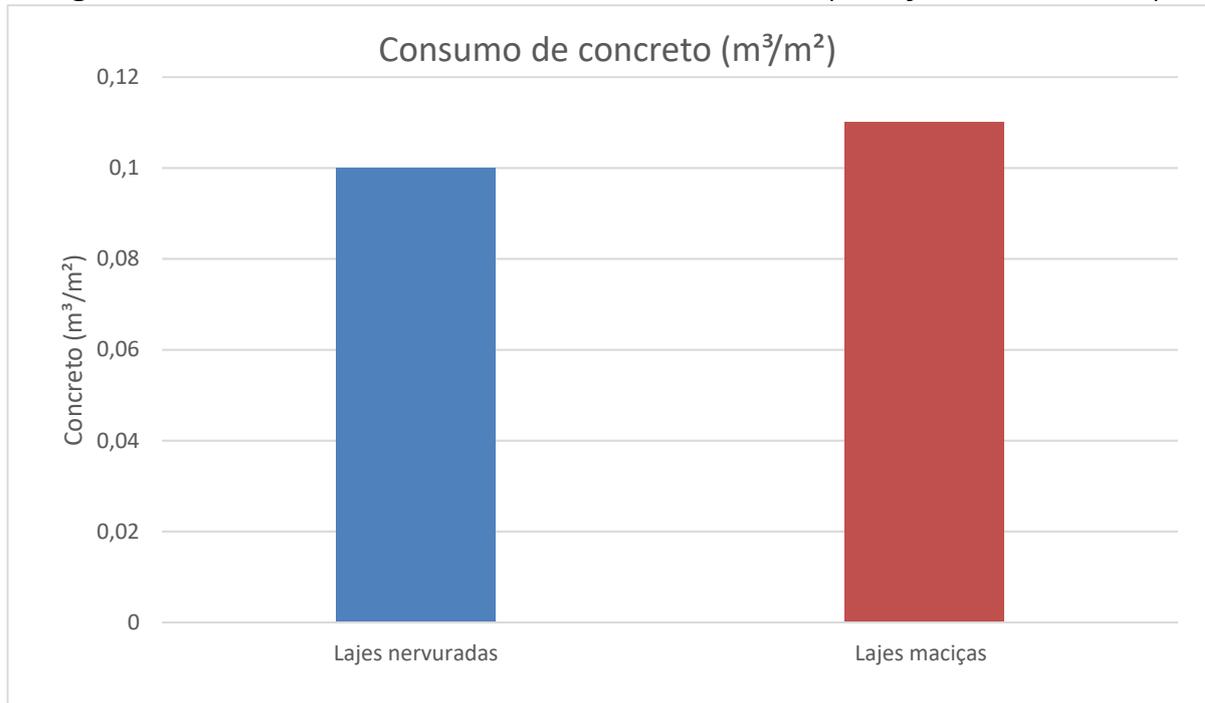
Figura 23: Gráfico do volume de aço consumido. (Maciças x Nervuradas)



Fonte: Autor.

O quantitativo de concreto foi um pouco maior para as lajes maciças ou quase iguais. Nas bibliografias mostram que uma das vantagens do sistema de laje nervurada é o menor volume de concreto em relação as lajes maciças, devido ao fato de substituírem a parte inferior da laje, por um material inerte ou vazio porem no caso em questão, obteve-se pouca diferença.

Figura 24: Gráfico do volume de concreto consumido. (Maciças x Nervuradas)

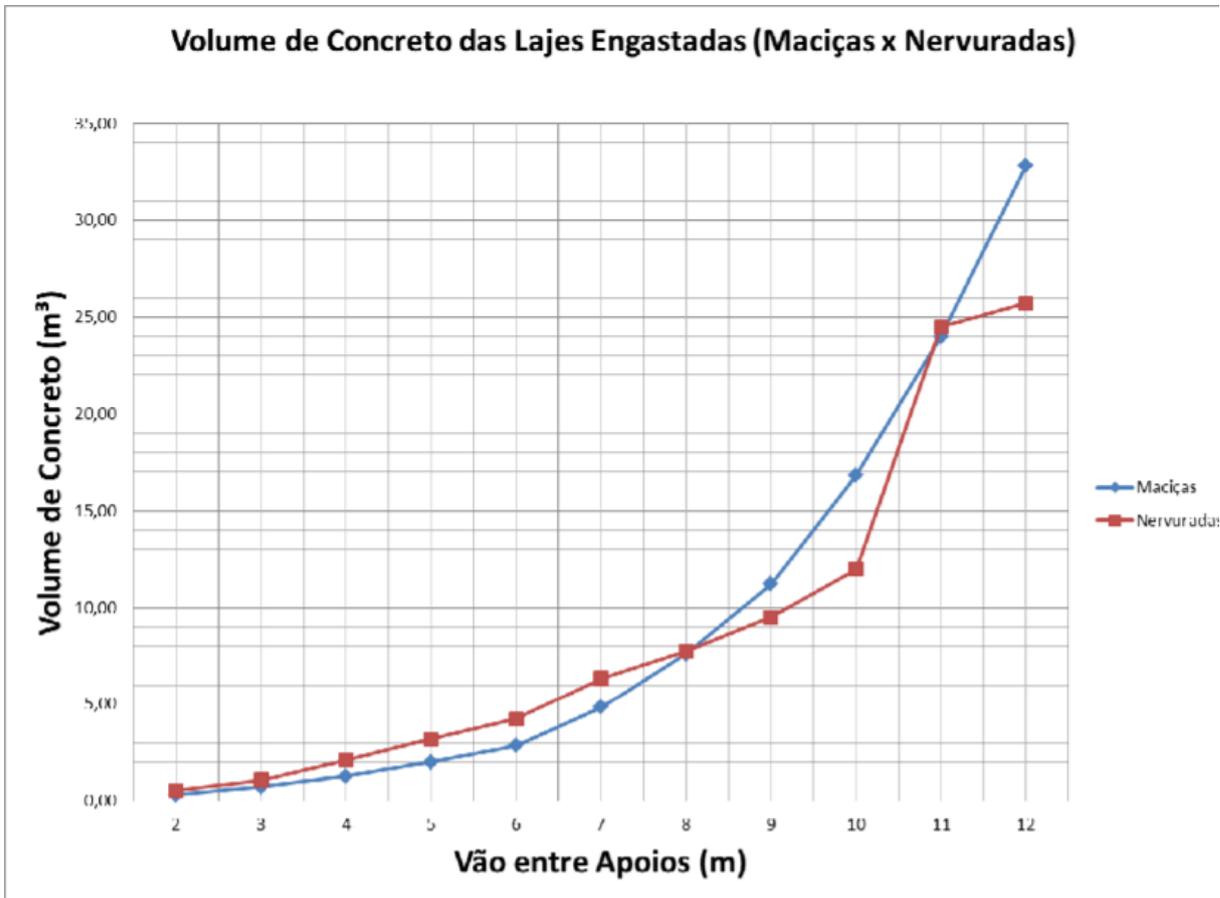


Fonte: Autor.

Araujo (2003), expõe que as lajes nervuradas necessitam de uma espessura 50% maior que as lajes maciças, porém seu peso é inferior. Ele estima que o sistema de lajes nervuradas é somente mais econômico para vãos acima de 8 metros.

Em um estudo de caso feito por Silva (2010), mostrou que a diferença de volume de concreto empregado em sistemas de lajes maciças e nervuras são diretamente relacionadas ao tamanho do vão, conforme mostra a figura 25. Isso é devido ao tamanho das formas usadas para as nervuras em relação ao tamanho da laje, ou seja, quando tem sobras menores que o tamanho das nervuras, deve-se nesse trecho fazer um maciço de concreto da espessura total da laje. No caso desse estudo especificamente, foi dimensionado para as lajes nervuradas 25cm de altura e 80cm para a espessura da mesa.

Figura 25: Estudo do volume de concreto consumido em relação aos vãos.



Fonte: Silva (2010).

6. CONCLUSÃO

Como era pretendido nesse trabalho, foi analisado dois sistemas estruturais de lajes de concreto armado, com objetivo de apresentar um comparativo de desempenho dinâmico e consumo de material.

O projeto foi todo desenvolvido no Eberick V10, que hoje é um dos programas de estrutura mais usado no Brasil. No qual, se apresentou uma excelente ferramenta para o dimensionamento estrutural, devido a sua facilidade de lançamento dos elementos estruturais com ferramentas objetivas e de fácil acesso. O programa se mostrou muito prático nas suas análises, pois faz relação direta com a norma brasileira de estruturas, NBR 61818:2014. Porém é necessário ter conhecimentos teóricos de projeto e de norma, para contornar as limitações do programa, já que é responsabilidade do profissional determinar os parâmetros iniciais de projeto e interpretar os dados de saída e suas análises.

Como já era previsto e confirmado nesse trabalho, analisando o consumo de materiais, o sistema construtivo de lajes maciças se mostrou bem mais custoso em comparação com as lajes nervuradas. Pois além de necessitarem de mais formas, consumiram cerca de 18% a mais de aço por volume de concreto e 23% a mais por área. No entanto, fato que não era previsto, o consumo de concreto por área, se mostrou parecido para os dois sistemas de lajes. Situação que pode ocorrer devido ao tamanho dos vãos, provando que as lajes nervuradas consomem menos concreto somente em vãos maiores dos que foram projetados.

Silva (2002) realizou um estudo comparativo entre lajes maciças e nervuradas. Considerando materiais, formas, mão de obra e tempo de execução, ele constatou que o sistema de laje nervurada executada em forma de polipropileno foi a solução mais econômica.

Nas análises dinâmicas, a primeira etapa foi a análise modal, onde determinou se os 4 primeiros modos naturais de vibração e suas frequências relacionado com cada sistema construtivo de laje (maciça e nervurada). Tendo isso, foi verificado os limites de conforto segundo a NBR 6118:2014. As lajes nervuradas se mostraram um pouco melhor que as lajes maciças, apresentaram frequência natural de 10.04 Hz e 9.36 Hz respectivamente. No entanto, as duas lajes estão acima do limite de norma de frequência natural como já era previsto em projeto.

Assim sendo, esse estudo mostrou a eficiência das lajes nervuradas que além de reduzir o consumo de matérias, maior produtividade e possibilidade de maiores vãos, as lajes nervuradas também se mostram melhores submetidas a cargas dinâmicas, ou seja, ela seria mais recomendada para construções que sofrem cotidianamente com esses tipos de cargas, como salas de ginásticas, academias ou passarelas. Visto isso, é importante continuar com a busca de novos métodos construtivo na construção civil, pois pode trazer muitos benefícios econômicos e de eficiência nas edificações, como mostrado na escolha do sistema construtivo de laje.

7. SUGESTÕES PARA PESQUISAS FUTURAS

A seguir são apresentadas algumas sugestões de estudos relacionado com o tema disposto no trabalho:

- Fazer uma análise entre as lajes com outros tipos de carregamentos dinâmico.
- Análise comparativa de consumo de matérias devido as considerações dinâmicas em estruturas de concreto armado.
- Análise das vibrações em estrutura de concreto armado devido a altas ações sonoras
- Métodos de redução de vibração excessivas em estruturas já construídas.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA NETO, EDGARD SANTANNA DE - **Introdução Análise Dinâmica de Fundações de Máquinas**. Dissertação (Mestrado): (1989) Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações. São Paulo.

ARAÚJO, J. M. **Curso de concreto armado**. 2 ed. Rio grande: Dunas, 2003b. V4.

ARAÚJO, J. M. D: **Projeto estrutural de edifícios**.3ed. Livro. Rio grande. RS: Editora. Dunas. 2014.

Associação Brasileira de Normas Técnicas. **Forças devidas ao vento em edificações** – Procedimento. NBR 6123. Rio de Janeiro, 1988.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118: **projeto de estruturas de concreto** – Procedimento. Rio de Janeiro, 2014.

ASSUNÇÃO. T. M.R.C. **Considerações sobre efeitos dinâmicos e carregamentos induzidos por fontes de excitação em estruturas industriais**. Dissertação de mestrado. Universidade federal de minas gerais. Belo Horizonte. MG. 2009.

BACHMANN, H., AMMANN, W. **Vibrations in Structures Induced by Man and Machines**. Zurich. IBASE, 176p, 1987.

BALTAR, Ana Cecilia U. C. Vasconcelos, **Vibrações induzidas por atividades humanas em passarelas**. Univerdade de Brasilia faculdade de tecnologia, Departamento de engenharia civil e mbiental. Dissertação de mestrado em estruturas. Brasilia-DF. 2000.

BASTOS, P. S. d. S ; **Lajes de concreto**. Apostila de estudo. UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA UNESP. Bauru. São Paulo, 2015.

BRASIL & SILVA, Reyolando M.L.R.F. Marcelo araujo da. **Introdução à dinâmica das estruturas para a engenharia civil**.2013.

CAIO, F. **Análise comparativa entre sistemas estruturais de lajes maciças e nervuradas treliçadas**. Monografia. Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas do Centro Universitário UNIVATES. Lajeado, 2014.

CARMONA, J.E.C. **Plataforma de ensaios dinâmicos: Estudos preliminares, projeto e construção**. Dissertação de mestrado. Universidade de Brasília UNB. Brasília. DF. 2011.

CLOUGH, R. W., PENZIEN, J. **Dynamics of Structures. Third Edition**. University Avenue Berkeley, California 94704 USA.: Computers and Structures, Inc., (1995).

COSTA, Y. C.V; **Análise paramétrica de vibrações em lajes nervuradas devido as ações humanas**. Dissertação (Mestrado em engenharia) - Universidade federal do Ceara centro de tecnologia. Fortaleza. CE. 2012.

DENOEL. V: **Analyse dynamique des structures du génie civil**. Livre. Disponível em: <http://www.aiv.asso.fr/notes-cours/Cours-Denoel-DynamiqueDesStructures.pdf>. 2010.

DIAS, R. H. **Análise numérica de pavimentos de edifícios em lajes nervuradas**. Dissertação (Mestrado)- Escola de engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2003.

GRIFFIN, M. J., **Handbook of Human Vibration** - Ed. Academic Press, (1996).

Hibbeler, R. C. Vibrações. In: **Dinâmica: Mecânica para engenharia**. 10º Ed. São Paulo: Person Education do Brasil, 2009. p. 496 - 520.

KIMURA, Alio. **Informática aplicada em estruturas de concreto armado: cálculos de edifícios com uso de sistemas computacionais**. São Paulo. Ed. Pini, 2007, 624p

Koerich, Micheli M. Mohr. Eberick Next. **Blog de desenvolvimento colaborativo da AltoQi**. Disponível em: <http://eberickv10next.altoqi.com.br/novos-recursos/verificacao-do-estado-limite-de-vibracoes-no-pavimento>. Acesso em 25 de novembro. 2018.

KÜSTER, L. D e SARTORTI, A. L, **Análise dinâmica de estruturas de concreto: Avaliação de três sistemas construtivos de lajes**, Teoria e Prática na Engenharia Civil, n.18, p.13-22, novembro, 2011.

LIMA, D. V.F. **Controle de vibrações induzidas em uma laje de academias de ginastica com a utilização de amortecedores de massa sintonizados**. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Universidade de Brasília, Brasília. DF. 2007.

MIDDLETON, C.J.; BROWNJOHN, J. M. W. **Response of frequency floors: A literature review**. 2008. Universidade de Sheffield, Departamento de Engenharia Civil e Estrutural, Edifício Sir Frederick Mappin, Rua Mappin, Sheffield, S1 3JD, Reino Unido. 2008.

MOURING, S.E. **Dynamic reponse of Floor Systems to Building Occupant Activities**. Dissertação de doutorado, Universidade Johns Hopkins, EUA, 1992.

NICOLAU, I. A. N; TEIXEIRA, J.G. **Projeto de dimensionamento estrutural de um edifício de onze pavimentos**. Monografia. Universidade estadual do norte fluminense darcy ribeiro – UENF. Campos dos Goytacazes. RJ. 2015.

PAULA. W. C. **Comportamento Estrutural de Lajes Nervuradas de Concreto Armado com Base no Emprego do Programa ANSYS**. Dissertação de Mestrado. Centro de Tecnologia e Ciências Faculdade de Engenharia. Rio de Janeiro. RJ. 2007.

RAO, Singiresu S. **Vibrações mecânicas/ Singiresu S. Rao**: revisor técnico Jose Juliano de lima juniortradução Arlete simille. São Paulo.pearson Prentice Hall, 2008.

SANTOS, M. E. d e LEITE, E. C.C, **Análise dos efeitos dinâmicos introduzidos por atividades humanas em lajes nervuradas unidirecionais de concreto**. Artigo. Revista tecnologia. Fortaleza. CE. 2018.

SILVA, A. R. **Análise comparativa de custos de sistemas estruturais para pavimentos de concreto armado**. Dissertação (Mestrado em Engenharia) - Universidade federal de Minas Gerais, Belo Horizonte. 2002.

SILVA, A. R. d. **Análise comparativa de sistemas estruturais de pavimentos de concreto armado**. Dissertação. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte, 2002.

SILVA, C. G. S.S.; LOPES, R. C; **Estudo comparativo entre laje maciça convencional e lajes nervuradas**. Monografia. Universidade Federal de Goiás UFG. Goiânia. GO.2016.

SILVA, N.M.T.F. **Análise estática e dinâmica de lajes nervuradas de concreto armado**. Dissertação (Mestrado em engenharia) – universidade do Estado do Rio de Janeiro, UERJ, Rio de Janeiro. 2008.

SILVA. L. P. **Estudo comparativo entre lajes nervuradas e maciças em função dos vãos entre apoios**. Monografia. Universidade federal do Rio grande do sul. Porto alegre. RS. 2010.

SMIDERLE, A. P.R.S.M; ALVES, R. M. **Dimensionamento estrutural de um edifício multifamiliar em concreto armado**. Monografia. Universidade estadual do norte fluminense darcy ribeiro – UENF. Campos dos Goytacazes. RJ. 2011.

SOUZA, E. **Tipos de lajes de concreto: vantagens e desvantagens**. ArchDaily Brasil. Acessado em 26 Nov. 2018. <<https://www.archdaily.com.br/br/889035/tipos-de-lajes-de-concreto-vantagens-e-desvantagens>> ISSN 0719-8906.2018.

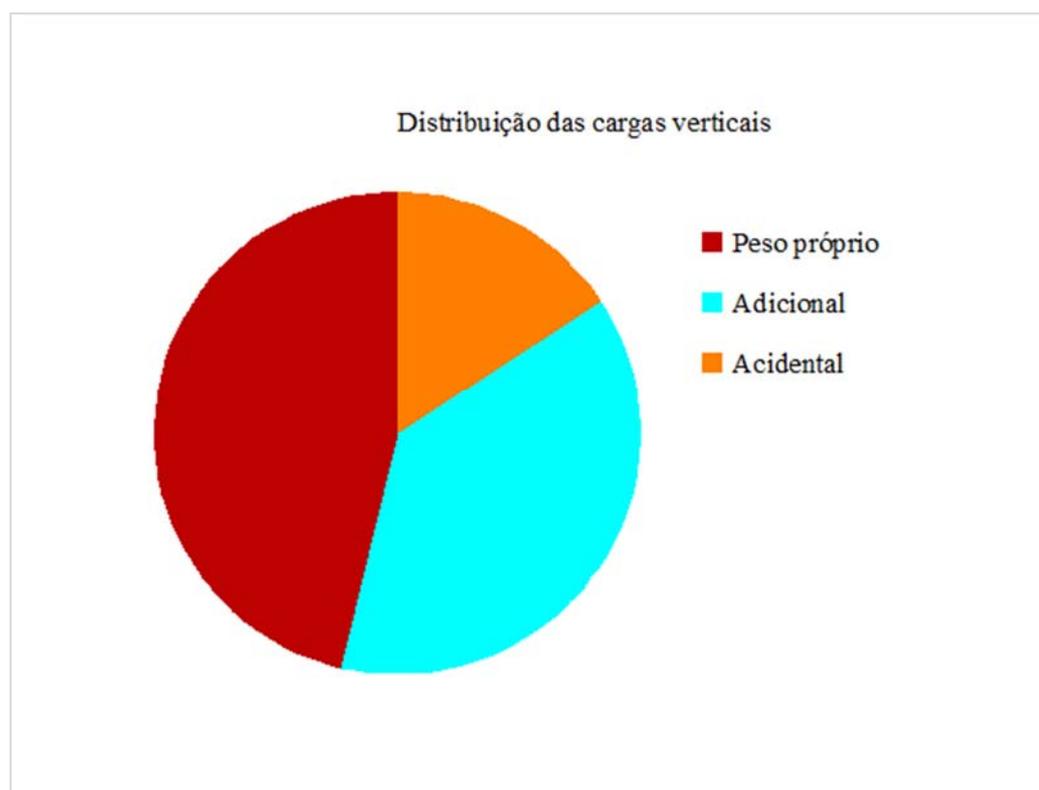
ANEXOS

ANEXO I

DIAGNOSTICO ESTRUTURAL COMPLETO DA ESTRUTURA COM LAJES MACIÇAS CONSIDERANDO OS EFEITOS DINÂMICOS.

Distribuição das cargas verticais

Ação	Carregamentos (tf)	Percentual (%)
Peso próprio	2445.50	46.2%
Adicional	2004.93	37.9%
Acidental	837.43	15.8%
TOTAL	5287.85	100.0%



Relação de carga por área

Pavimento	Carregamentos (tf)	Área (m ²)	Carga/área (kgf/m ²)
cobertura	422.40	348.93	1210.56
tipo 11	422.69	348.93	1211.38
tipo 10	422.69	348.93	1211.38
tipo 9	422.69	348.93	1211.38
tipo 8	422.69	348.93	1211.38
tipo 7	422.69	348.93	1211.38
tipo 6	422.69	348.93	1211.38
tipo 5	422.69	348.93	1211.38
tipo 4	422.69	348.93	1211.38
tipo 3	422.69	348.93	1211.38
tipo 2	422.69	348.93	1211.38
tipo 1	422.69	348.93	1211.38
Terreo	215.92	-	-
TOTAL	5287.85	4187.13	1262.88

Forças devido ao vento

Pavimento	Força X (tf)	Força Y (tf)
cobertura	1.44	4.38
tipo 11	2.85	8.70
tipo 10	2.82	8.59
tipo 9	2.76	8.43
tipo 8	2.71	8.25
tipo 7	2.64	8.06
tipo 6	2.57	7.83
tipo 5	2.49	7.58
tipo 4	2.38	7.27
tipo 3	2.25	6.87
tipo 2	2.07	6.30
tipo 1	1.64	5.01
Terreo	0.04	0.14

TOTAL	28.66	87.41
--------------	--------------	--------------

Estabilidade global

Parâmetro	x	y
Gama-Z	1.25 (lim 1.10)	1.07 (lim 1.10)
Deslocamento horizontal (cm)	1.01 (lim 2.09)	1.19 (lim 2.09)
Deslocamento máximo dos pilares (cm)*	1.13	0.98
Deslocamento médio dos pilares (cm)*	1.12	0.85
Deslocamento máximo dos pilares* / Htotal	1/3136	1/3620
Deslocamento médio dos pilares* / Htotal	1/3160	1/4201

* Deslocamento dos pilares do último pavimento

Processo P-Delta - Deslocamento no topo da edificação

Carregamento	Inicial	Final	Varição
Acidental	0.16	0.18	+14.17%
Vento X+	2.82	3.35	+18.85%
Vento X-	2.82	3.35	+18.85%
Vento Y+	3.70	3.97	+7.23%
Vento Y-	3.70	3.97	+7.23%

Análise dinâmica - Lajes do pavimento tipo 1

Modo	Período (s)	Frequência (Hz)
1	0.107	9.363
2	0.096	10.371
3	0.095	10.569
4	0.091	11.006

Análise dinâmica - Lajes do pavimento tipo 2

Modo	Período (s)	Frequência (Hz)
1	0.107	9.363
2	0.096	10.371
3	0.095	10.569
4	0.091	11.006

Análise dinâmica - Lajes do pavimento tipo 3

Modo	Período (s)	Frequência (Hz)
1	0.107	9.363
2	0.096	10.371
3	0.095	10.569
4	0.091	11.006

Análise dinâmica - Lajes do pavimento tipo 4

Modo	Período (s)	Frequência (Hz)
1	0.107	9.363
2	0.096	10.371
3	0.095	10.569
4	0.091	11.006

Análise dinâmica - Lajes do pavimento tipo 5

Modo	Período (s)	Frequência (Hz)
1	0.107	9.363
2	0.096	10.371

3	0.095	10.569
4	0.091	11.006

Análise dinâmica - Lajes do pavimento tipo 6

Modo	Período (s)	Frequência (Hz)
1	0.107	9.363
2	0.096	10.371
3	0.095	10.569
4	0.091	11.006

Análise dinâmica - Lajes do pavimento tipo 7

Modo	Período (s)	Frequência (Hz)
1	0.107	9.363
2	0.096	10.371
3	0.095	10.569
4	0.091	11.006

Análise dinâmica - Lajes do pavimento tipo 8

Modo	Período (s)	Frequência (Hz)
1	0.107	9.363
2	0.096	10.371
3	0.095	10.569
4	0.091	11.006

Análise dinâmica - Lajes do pavimento tipo 9

Modo	Período (s)	Frequência (Hz)
-------------	------------------------	----------------------------

1	0.107	9.363
2	0.096	10.371
3	0.095	10.569
4	0.091	11.006

Análise dinâmica - Lajes do pavimento tipo 10

Modo	Período (s)	Frequência (Hz)
1	0.107	9.363
2	0.096	10.371
3	0.095	10.569
4	0.091	11.006

Análise dinâmica - Lajes do pavimento tipo 11

Modo	Período (s)	Frequência (Hz)
1	0.107	9.364
2	0.096	10.371
3	0.095	10.571
4	0.091	11.007

Análise dinâmica - Lajes do pavimento cobertura

Modo	Período (s)	Frequência (Hz)
1	0.109	9.159
2	0.098	10.198
3	0.097	10.296
4	0.093	10.780

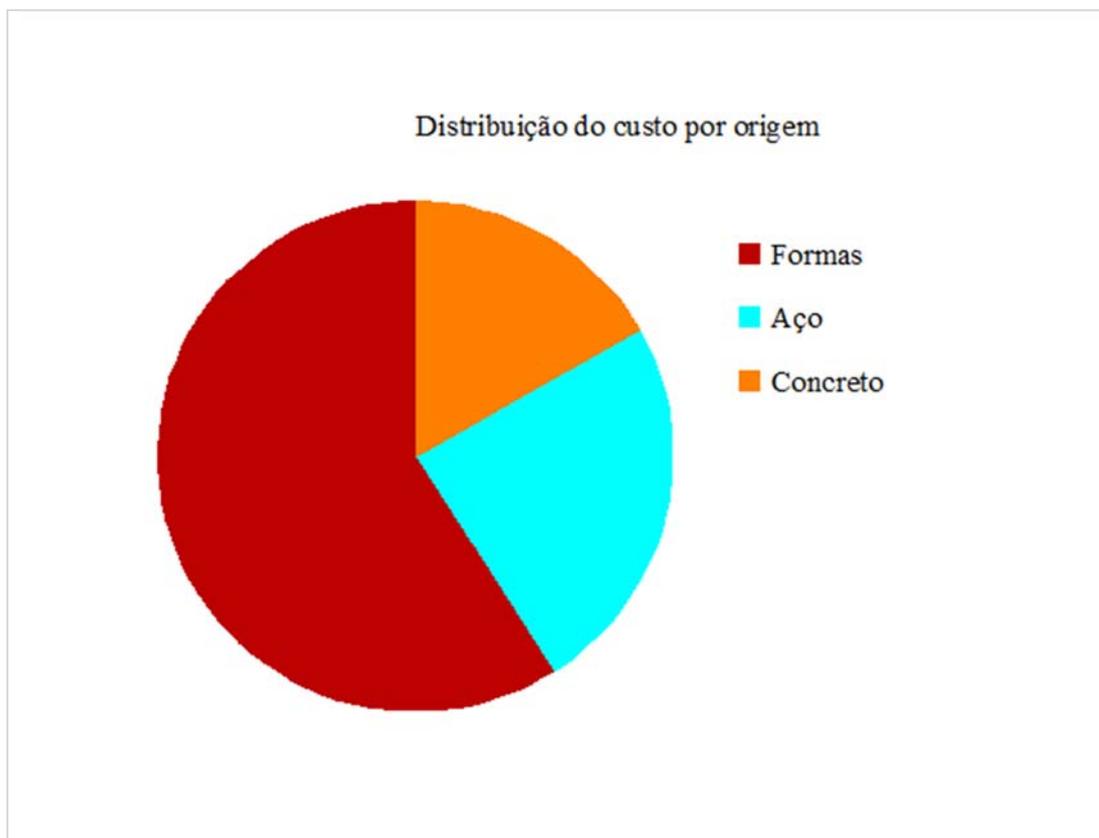
Índices de consumo de materiais

Elemento	Consumo por área			Consumo por volume de concreto	
	Concreto (m ³ /m ²)	Forma (m ² /m ²)	Aço (kg/m ²)	Forma (m ² /m ³)	Aço (kg/m ³)
Vigas	0.07	0.86	4.95	12.00	68.94
Pilares	0.04	0.56	4.48	12.50	99.92
Lajes	0.11	0.91	4.93	8.33	45.09
TOTAL	0.23	2.33	14.35	10.33	63.55

Espessura média do projeto 22.6 cm

Resumo de custos

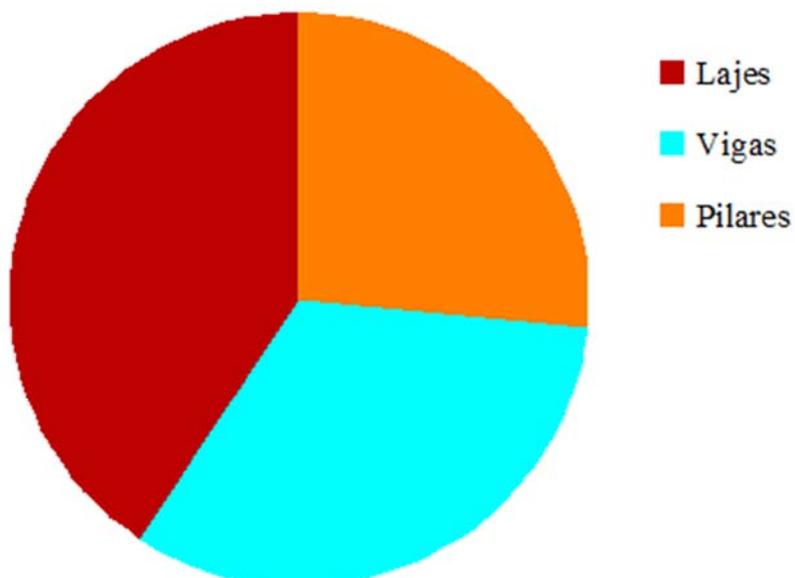
Relação custo por material (R\$)			
Elemento	Material	Execução	Total
Aço	285586.75	173328.23	458914.99
Concreto	231041.71	89922.56	320964.27
Formas	458254.23	666410.75	1124664.98
TOTAL	974882.69	929661.54	1904544.23



Relação custo por área (R\$/m ²)			
Pavimento	Material	Execução	Total
cobertura	216.02	213.84	429.86
tipo 11	218.08	214.92	433.00
tipo 10	218.41	215.11	433.52
tipo 9	219.19	215.22	434.41
tipo 8	221.09	215.46	436.55
tipo 7	222.04	215.59	437.64
tipo 6	224.04	216.30	440.34
tipo 5	226.17	216.81	442.98
tipo 4	229.08	217.98	447.05
tipo 3	232.52	218.49	451.01
tipo 2	240.01	220.92	460.94
tipo 1	239.56	214.07	453.63
TOTAL	232.83	222.03	454.86

Relação custo por elemento (R\$)				
Elemento	Material	Execução	Total	Média
Vigas	340153.10	281145.16	621298.26	1291.68
Pilares	254536.76	253097.61	507634.36	1084.69
Lajes	380192.84	395418.77	775611.61	2810.19
TOTAL	974882.69	929661.54	1904544.23	1510.34

Distribuição do custo por elemento



Dimensionamento dos elementos

Pavimento	Elementos	Com sucesso	Com avisos	Com erros
cobertura	Vigas	21	16	0
	Lajes	23	0	0
	Pilares	36	0	0
tipo 11	Vigas	20	17	0

	Lajes	23	0	0
	Pilares	32	4	0
tipo 10	Vigas	20	17	0
	Lajes	23	0	0
	Pilares	36	0	0
tipo 9	Vigas	20	17	0
	Lajes	23	0	0
	Pilares	36	0	0
tipo 8	Vigas	20	17	0
	Lajes	23	0	0
	Pilares	36	0	0
tipo 7	Vigas	20	17	0
	Lajes	23	0	0
	Pilares	36	0	0
tipo 6	Vigas	20	17	0
	Lajes	23	0	0
	Pilares	36	0	0
tipo 5	Vigas	21	16	0
	Lajes	23	0	0
	Pilares	36	0	0
tipo 4	Vigas	20	17	0
	Lajes	23	0	0
	Pilares	34	2	0
tipo 3	Vigas	20	17	0
	Lajes	23	0	0
	Pilares	34	2	0
tipo 2	Vigas	20	17	0
	Lajes	23	0	0
	Pilares	32	4	0
tipo 1	Vigas	22	15	0
	Lajes	23	0	0
	Pilares	20	12	4

Terreo	Vigas	22	15	0
	Blocos	0	0	36
	Pilares	12	18	6

Elementos com deslocamentos excessivos

Aceitabilidade sensorial - Visual (Vigas)					
Pavimento	Elemento	Flecha (cm)	Relação	Rotação	Limites
cobertura	V14 (vão 1)	2.19	L/195	-	L/250
	V30 (vão 3)	1.27	L/61	-	
	V31 (vão 3)	0.49	L/227	-	
tipo 11	V14 (vão 1)	1.97	L/217	-	L/250
	V30 (vão 3)	0.62	L/126	-	
	V31 (vão 3)	0.58	L/189	-	
tipo 10	V13 (vão 2)	2.61	L/105	-	L/250
	V14 (vão 1)	1.92	L/222	-	
	V30 (vão 3)	0.60	L/131	-	
	V31 (vão 3)	0.56	L/196	-	
tipo 9	V13 (vão 2)	2.53	L/108	-	L/250
	V14 (vão 1)	1.77	L/241	-	
	V30 (vão 3)	0.56	L/139	-	
	V31 (vão 3)	0.56	L/199	-	
tipo 8	V13 (vão 2)	2.28	L/120	-	L/250
	V30 (vão 3)	0.56	L/138	-	
	V31 (vão 3)	0.51	L/218	-	
tipo 7	V13 (vão 2)	1.93	L/141	-	L/250
	V30 (vão 3)	0.52	L/149	-	
	V31 (vão 3)	0.48	L/229	-	
tipo 6	V13 (vão 2)	1.65	L/165	-	L/250
	V30 (vão 3)	0.49	L/159	-	
	V31 (vão 3)	0.46	L/241	-	
tipo 5	V13 (vão 2)	1.27	L/215	-	L/250

	V30 (vão 3)	0.45	L/173	-	
tipo 4	V30 (vão 3)	0.39	L/198	-	L/250
tipo 3	V30 (vão 3)	0.33	L/235	-	L/250

Efeitos estruturais em serviço - Após a construção do piso (Vigas)					
Pavimento	Elemento	Flecha (cm)	Relação	Rotação	Limites
cobertura	V14 (vão 1)	0.73	L/584	-	L/600
	V30 (vão 3)	0.29	L/273	-	
tipo 10	V13 (vão 2)	0.89	L/308	-	L/600
tipo 9	V13 (vão 2)	0.87	L/314	-	L/600
tipo 8	V13 (vão 2)	0.76	L/361	-	L/600
tipo 7	V13 (vão 2)	0.60	L/451	-	L/600
tipo 6	V13 (vão 2)	0.49	L/557	-	L/600

Efeitos em elementos não estruturais - Após a construção das paredes (Vigas)					
Pavimento	Elemento	Flecha (cm)	Relação	Rotação	Limites
cobertura	V12 (vão 1)	0.70	L/666	0.0021	L/500 10 mm 0.0017 rad
	V14 (vão 1)	1.30	L/330	-0.0039	
	V15 (vão 1)	0.59	L/724	0.0019	
	V30 (vão 3)	0.70	L/112	0.0002	
tipo 11	V12 (vão 1)	0.66	L/700	0.0020	L/500 10 mm 0.0017 rad
	V13 (vão 1)	0.51	L/1038	-0.0023	
	V14 (vão 1)	1.14	L/375	-0.0036	
	V15 (vão 1)	0.57	L/742	0.0019	
	V30 (vão 1)	0.15	L/2649	-0.0022	
tipo 10	V12 (vão 1)	0.65	L/713	0.0020	L/500 10 mm 0.0017 rad
	V13 (vão 2)	1.59	L/171	-0.0030	
	V14 (vão 1)	1.11	L/383	-0.0036	
	V15 (vão 1)	0.56	L/756	0.0019	
	V30 (vão 1)	0.15	L/2716	-0.0022	
tipo 9	V12 (vão 1)	0.63	L/735	0.0020	L/500
	V13 (vão 2)	1.55	L/176	-0.0029	10 mm

	V14 (vão 1)	1.02	L/420	-0.0034	0.0017 rad
	V15 (vão 1)	0.54	L/785	0.0018	
	V30 (vão 1)	0.14	L/2777	-0.0021	
tipo 8	V12 (vão 1)	0.61	L/761	0.0019	L/500 10 mm 0.0017 rad
	V13 (vão 2)	1.38	L/198	-0.0026	
	V14 (vão 1)	0.96	L/446	-0.0032	
	V30 (vão 1)	0.12	L/3240	-0.0020	
tipo 7	V12 (vão 1)	0.61	L/758	0.0019	L/500 10 mm 0.0017 rad
	V13 (vão 2)	1.15	L/237	-0.0023	
	V14 (vão 1)	0.87	L/490	-0.0031	
	V30 (vão 1)	0.12	L/3345	-0.0019	
tipo 6	V13 (vão 2)	0.97	L/282	-0.0020	L/500 10 mm 0.0017 rad
	V14 (vão 1)	0.74	L/578	-0.0028	
	V30 (vão 1)	0.11	L/3523	-0.0018	
tipo 5	V13 (vão 2)	0.71	L/382	-0.0017	L/500 10 mm 0.0017 rad
	V14 (vão 1)	0.56	L/761	-0.0024	
tipo 4	V14 (vão 1)	0.41	L/1053	-0.0021	L/500 10 mm 0.0017 rad

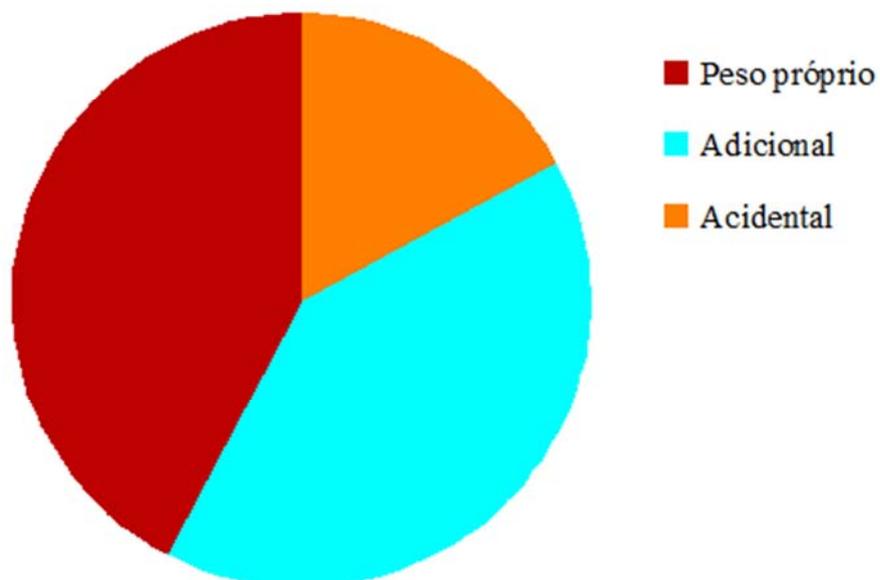
ANEXO II

DIAGNOSTICO ESTRUTURAL COMPLETO DA ESTRUTURA COM LAJES NERVURADAS CONSIDERANDO OS EFEITOS DINÂMICOS.

Distribuição das cargas verticais

Ação	Carregamentos (tf)	Percentual (%)
Peso próprio	2213.25	42.4%
Adicional	2113.65	40.5%
Acidental	892.06	17.1%
TOTAL	5218.97	100.0%

Distribuição das cargas verticais



Relação de carga por área

Pavimento	Carregamentos (tf)	Área (m ²)	Carga/área (kgf/m ²)
cobertura	340.28	349.83	972.71
tipo 11	393.02	349.83	1123.47
tipo 10	393.02	349.83	1123.47
tipo 9	393.02	349.83	1123.47
tipo 8	393.02	349.83	1123.47
tipo 7	393.02	349.83	1123.47
tipo 6	393.02	349.83	1123.47
tipo 5	393.02	349.83	1123.47
tipo 4	393.02	349.83	1123.47
tipo 3	393.02	349.83	1123.47
tipo 2	393.02	349.83	1123.47
tipo 1	393.02	349.83	1123.47
Terreo	395.42	349.83	1130.34
subsolo	160.02	-	-
TOTAL	5218.97	4547.77	1147.59

Forças devido ao vento

Pavimento	Força X (tf)	Força Y (tf)
cobertura	2.10	6.41
tipo 11	4.18	12.73
tipo 10	4.13	12.59
tipo 9	4.06	12.38
tipo 8	3.99	12.15
tipo 7	3.90	11.90
tipo 6	3.81	11.62
tipo 5	3.71	11.30
tipo 4	3.59	10.94
tipo 3	3.44	10.49
tipo 2	3.26	9.93

tipo 1	3.00	9.14
Terreo	2.50	7.63
subsolo	0.08	0.26
TOTAL	45.75	139.47

Estabilidade global

Parâmetro	x	y
Gama-Z	1.57 (lim 1.10)	1.16 (lim 1.10)
Deslocamento horizontal (cm)	2.65 (lim 2.12)	3.06 (lim 2.12)
Deslocamento máximo dos pilares (cm)*	2.20	2.42
Deslocamento médio dos pilares (cm)*	2.14	1.95
Deslocamento máximo dos pilares* / Htotal	1/1645	1/1492
Deslocamento médio dos pilares* / Htotal	1/1689	1/1848

* Deslocamento dos pilares do último pavimento

Processo P-Delta - Deslocamento no topo da edificação

Carregamento	Inicial	Final	Varição
Acidental	0.26	0.34	+32.14%
Vento X+	6.18	8.83	+42.77%
Vento X-	6.18	8.83	+42.77%
Vento Y+	8.80	10.19	+15.77%
Vento Y-	8.80	10.19	+15.77%

Análise dinâmica - Lajes do pavimento Terreo

Modo	Período (s)	Frequência (Hz)
------	----------------	--------------------

1	0.100	10.022
2	0.091	11.004
3	0.089	11.246
4	0.086	11.693

Análise dinâmica - Lajes do pavimento tipo 1

Modo	Período (s)	Frequência (Hz)
1	0.100	10.038
2	0.091	11.020
3	0.089	11.267
4	0.085	11.709

Análise dinâmica - Lajes do pavimento tipo 2

Modo	Período (s)	Frequência (Hz)
1	0.100	10.038
2	0.091	11.020
3	0.089	11.267
4	0.085	11.709

Análise dinâmica - Lajes do pavimento tipo 3

Modo	Período (s)	Frequência (Hz)
1	0.100	10.038
2	0.091	11.020
3	0.089	11.267
4	0.085	11.709

Análise dinâmica - Lajes do pavimento tipo 4

Modo	Período (s)	Frequência (Hz)
-------------	------------------------	----------------------------

1	0.100	10.038
2	0.091	11.020
3	0.089	11.267
4	0.085	11.709

Análise dinâmica - Lajes do pavimento tipo 5

Modo	Período (s)	Frequência (Hz)
1	0.100	10.038
2	0.091	11.020
3	0.089	11.267
4	0.085	11.709

Análise dinâmica - Lajes do pavimento tipo 6

Modo	Período (s)	Frequência (Hz)
1	0.100	10.038
2	0.091	11.020
3	0.089	11.267
4	0.085	11.709

Análise dinâmica - Lajes do pavimento tipo 7

Modo	Período (s)	Frequência (Hz)
1	0.100	10.038
2	0.091	11.020
3	0.089	11.267
4	0.085	11.709

Análise dinâmica - Lajes do pavimento tipo 8

Modo	Período (s)	Frequência (Hz)
-------------	------------------------	----------------------------

1	0.100	10.038
2	0.091	11.020
3	0.089	11.267
4	0.085	11.709

Análise dinâmica - Lajes do pavimento tipo 9

Modo	Período (s)	Frequência (Hz)
1	0.100	10.038
2	0.091	11.020
3	0.089	11.267
4	0.085	11.709

Análise dinâmica - Lajes do pavimento tipo 10

Modo	Período (s)	Frequência (Hz)
1	0.100	10.038
2	0.091	11.020
3	0.089	11.267
4	0.085	11.709

Análise dinâmica - Lajes do pavimento tipo 11

Modo	Período (s)	Frequência (Hz)
1	0.100	10.040
2	0.091	11.021
3	0.089	11.269
4	0.085	11.710

Análise dinâmica - Lajes do pavimento cobertura

Modo	Período (s)	Frequência (Hz)
-------------	------------------------	----------------------------

1	0.094	10.584
2	0.086	11.675
3	0.085	11.831
4	0.081	12.339

Índices de consumo de materiais

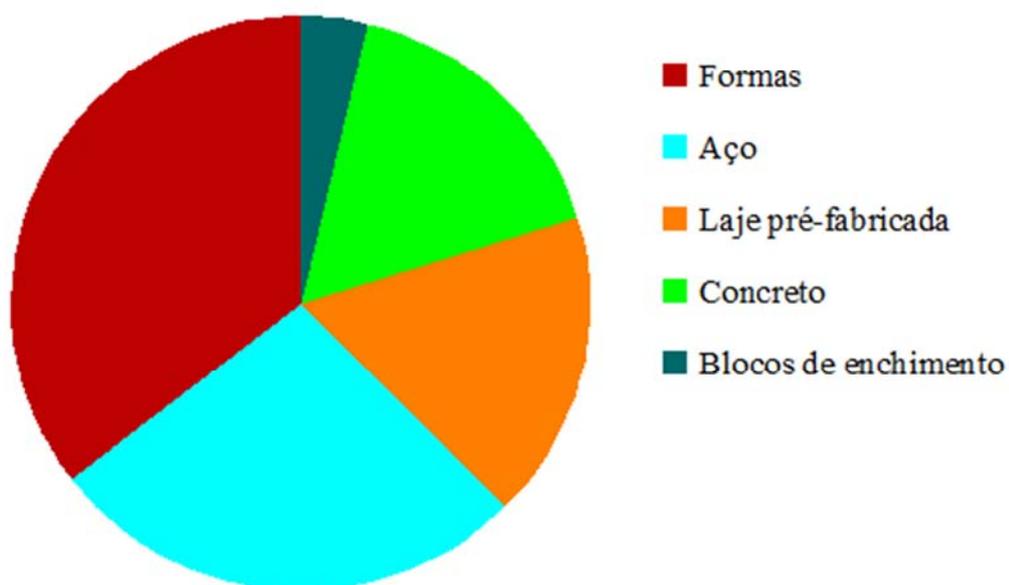
Elemento	Consumo por área			Consumo por volume de concreto	
	Concreto (m ³ /m ²)	Forma (m ² /m ²)	Aço (kg/m ²)	Forma (m ² /m ³)	Aço (kg/m ³)
Vigas	0.04	0.67	5.83	15.83	137.72
Pilares	0.04	0.52	4.96	13.13	124.63
Lajes	0.11	0.00	3.80	0.00	35.68
TOTAL	0.19	1.19	14.58	6.33	77.36

Espessura média do projeto 18.8 cm

Resumo de custos

Relação custo por material (R\$)			
Elemento	Material	Execução	Total
Aço	309432.84	164151.50	473584.35
Concreto	209476.20	81529.16	291005.36
Formas	265030.82	357381.59	622412.41
Laje pré-fabricada	110809.11	192991.12	303800.23
Blocos de enchimento	64143.04	0.00	64143.04
TOTAL	958892.01	796053.38	1754945.39

Distribuição do custo por origem

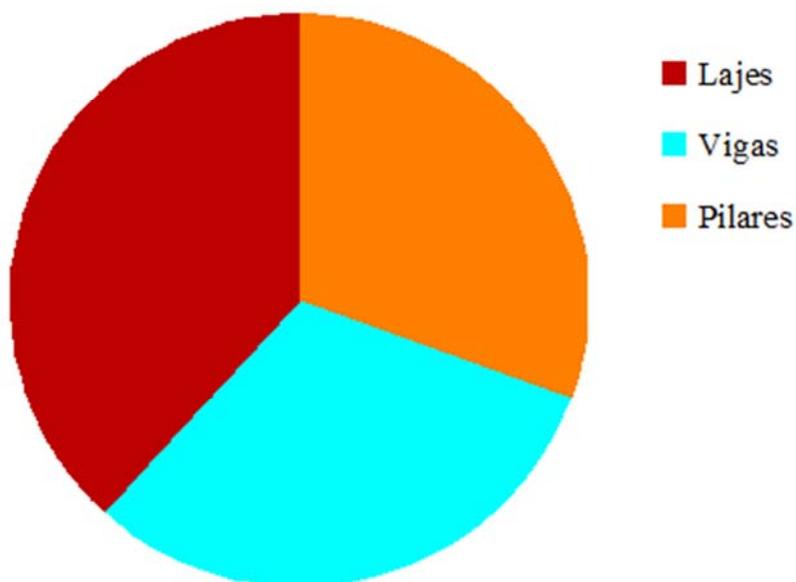


Relação custo por área (R\$/m ²)			
Pavimento	Material	Execução	Total
cobertura	186.98	168.01	354.99
tipo 11	190.89	170.32	361.21
tipo 10	191.98	170.25	362.23
tipo 9	194.06	170.58	364.65
tipo 8	197.47	171.46	368.93
tipo 7	201.69	173.31	375.00
tipo 6	208.32	174.88	383.20
tipo 5	211.97	175.27	387.23
tipo 4	220.31	177.72	398.03
tipo 3	220.66	173.48	394.15
tipo 2	227.17	175.37	402.54
tipo 1	207.69	160.08	367.76

Terreo	206.81	157.71	364.52
TOTAL	210.85	175.04	385.89

Relação custo por elemento (R\$)				
Elemento	Material	Execução	Total	Média
Vigas	309868.44	236640.66	546509.11	1055.04
Pilares	272602.20	263946.83	536549.03	1064.58
Lajes	376421.36	295465.89	671887.25	2247.11
TOTAL	958892.01	796053.38	1754945.39	1293.25

Distribuição do custo por elemento



Dimensionamento dos elementos

Pavimento	Elementos	Com sucesso	Com avisos	Com erros
cobertura	Vigas	15	22	0

	Lajes	0	23	0
	Pilares	26	10	0
tipo 11	Vigas	15	22	0
	Lajes	0	23	0
	Pilares	24	12	0
tipo 10	Vigas	15	22	0
	Lajes	0	23	0
	Pilares	26	10	0
tipo 9	Vigas	16	21	0
	Lajes	0	23	0
	Pilares	26	10	0
tipo 8	Vigas	15	22	0
	Lajes	0	23	0
	Pilares	26	10	0
tipo 7	Vigas	15	22	0
	Lajes	0	23	0
	Pilares	26	10	0
tipo 6	Vigas	17	20	0
	Lajes	0	23	0
	Pilares	26	10	0
tipo 5	Vigas	19	18	0
	Lajes	0	23	0
	Pilares	26	9	1
tipo 4	Vigas	22	15	0
	Lajes	0	23	0
	Pilares	25	10	1
tipo 3	Vigas	24	13	0
	Lajes	0	23	0
	Pilares	24	9	3
tipo 2	Vigas	25	11	1
	Lajes	0	23	0
	Pilares	21	12	3

tipo 1	Vigas	28	8	1
	Lajes	0	23	0
	Pilares	21	6	9
Terreo	Vigas	31	6	0
	Lajes	0	23	0
	Pilares	10	14	12
subsolo	Vigas	0	37	0
	Blocos	0	0	36
	Pilares	1	28	7

Elementos com deslocamentos excessivos

Aceitabilidade sensorial - Visual (Vigas)					
Pavimento	Elemento	Flecha (cm)	Relação	Rotação	Limites
cobertura	V12 (vão 2)	2.41	L/96	-	L/250
	V13 (vão 2)	1.82	L/149	-	
	V14 (vão 1)	3.10	L/137	-	
	V14 (vão 2)	4.03	L/64	-	
	V28 (vão 4)	0.31	L/179	-	
	V29 (vão 1)	0.16	L/143	-	
	V30 (vão 3)	0.44	L/172	-	
	V31 (vão 3)	0.79	L/137	-	
	V32 (vão 2)	1.06	L/127	-	
tipo 11	V12 (vão 2)	3.40	L/68	-	L/250
	V13 (vão 2)	1.65	L/163	-	
	V13 (vão 3)	1.75	L/239	-	
	V14 (vão 2)	2.59	L/101	-	
	V28 (vão 4)	0.33	L/169	-	
	V29 (vão 1)	0.12	L/194	-	
	V30 (vão 1)	1.76	L/227	-	
	V30 (vão 3)	0.42	L/177	-	
	V31 (vão 3)	0.79	L/136	-	
	V32 (vão 2)	0.95	L/141	-	

tipo 10	V12 (vão 2)	2.88	L/81	-	L/250
	V13 (vão 2)	1.58	L/171	-	
	V13 (vão 3)	1.73	L/242	-	
	V14 (vão 2)	2.31	L/113	-	
	V28 (vão 4)	0.33	L/167	-	
	V29 (vão 1)	0.10	L/235	-	
	V30 (vão 1)	1.61	L/248	-	
	V30 (vão 3)	0.43	L/175	-	
	V31 (vão 3)	0.78	L/137	-	
	V32 (vão 2)	0.77	L/176	-	
tipo 9	V12 (vão 2)	2.92	L/80	-	L/250
	V13 (vão 2)	1.60	L/168	-	
	V13 (vão 3)	1.70	L/247	-	
	V14 (vão 2)	1.90	L/137	-	
	V28 (vão 4)	0.28	L/198	-	
	V30 (vão 3)	0.42	L/178	-	
	V31 (vão 3)	0.76	L/141	-	
	V34 (vão 5)	0.31	L/241	-	
tipo 8	V12 (vão 2)	2.80	L/83	-	L/250
	V13 (vão 2)	1.55	L/174	-	
	V14 (vão 2)	1.60	L/163	-	
	V28 (vão 4)	0.32	L/175	-	
	V29 (vão 1)	0.11	L/209	-	
	V31 (vão 3)	0.65	L/165	-	
	V32 (vão 2)	0.75	L/181	-	
	V34 (vão 5)	0.32	L/236	-	
tipo 7	V12 (vão 2)	2.20	L/106	-	L/250
	V13 (vão 2)	1.42	L/190	-	
	V14 (vão 2)	1.44	L/181	-	
	V28 (vão 4)	0.27	L/205	-	
	V30 (vão 3)	0.30	L/247	-	
	V31 (vão 3)	0.56	L/193	-	

	V32 (vão 2)	0.64	L/210	-	
tipo 6	V12 (vão 2)	1.66	L/140	-	L/250
	V13 (vão 2)	1.35	L/200	-	
	V14 (vão 2)	1.23	L/211	-	
	V28 (vão 4)	0.28	L/199	-	
	V30 (vão 3)	0.36	L/207	-	
	V31 (vão 3)	0.54	L/198	-	
tipo 5	V12 (vão 2)	1.03	L/226	-	L/250
	V13 (vão 2)	1.24	L/218	-	
	V14 (vão 2)	1.10	L/237	-	
	V28 (vão 4)	0.26	L/211	-	
	V30 (vão 3)	0.33	L/230	-	
	V31 (vão 3)	0.52	L/208	-	
tipo 4	V13 (vão 2)	1.10	L/245	-	L/250
	V28 (vão 4)	0.24	L/227	-	
	V30 (vão 3)	0.32	L/234	-	
	V31 (vão 3)	0.48	L/224	-	

Efeitos estruturais em serviço - Após a construção do piso (Vigas)					
Pavimento	Elemento	Flecha (cm)	Relação	Rotação	Limites
cobertura	V14 (vão 1)	1.16	L/365	-	L/600
	V14 (vão 2)	1.67	L/156	-	
tipo 11	V12 (vão 2)	0.91	L/256	-	L/600
	V14 (vão 2)	0.83	L/314	-	
tipo 10	V12 (vão 2)	0.64	L/361	-	L/600
	V14 (vão 2)	0.69	L/376	-	
tipo 9	V12 (vão 2)	0.69	L/337	-	L/600
	V14 (vão 2)	0.50	L/517	-	
tipo 8	V12 (vão 2)	0.66	L/350	-	L/600

Efeitos em elementos não estruturais - Após a construção das paredes (Vigas)					
Pavimento	Elemento	Flecha (cm)	Relação	Rotação	Limites

cobertura	V1 (vão 1)	0.27	L/1136	0.0029	L/500 10 mm 0.0017 rad
	V4 (vão 1)	0.38	L/1140	-0.0048	
	V5 (vão 1)	0.12	L/2579	-0.0024	
	V6 (vão 1)	0.42	L/730	0.0035	
	V9 (vão 1)	0.04	L/6740	-0.0020	
	V11 (vão 1)	0.25	L/1231	-0.0025	
	V12 (vão 2)	1.26	L/184	0.0072	
	V13 (vão 1)	0.16	L/1659	-0.0022	
	V13 (vão 2)	1.00	L/270	-0.0046	
	V14 (vão 1)	1.95	L/217	-0.0061	
	V14 (vão 2)	2.65	L/98	0.0062	
	V14 (vão 3)	0.16	L/1645	0.0020	
	V15 (vão 1)	0.39	L/1083	0.0021	
	V15 (vão 2)	0.11	L/2442	0.0025	
	V19 (vão 1)	0.47	L/649	-0.0035	
	V20 (vão 1)	0.11	L/4167	0.0055	
	V21 (vão 1)	0.40	L/1075	-0.0051	
	V22 (vão 1)	0.45	L/676	0.0036	
	V26 (vão 1)	0.07	L/4701	0.0024	
	V30 (vão 1)	0.43	L/927	-0.0035	
	V30 (vão 2)	0.26	L/1946	0.0019	
	V31 (vão 1)	0.27	L/1463	-0.0020	
	V33 (vão 1)	0.14	L/835	0.0018	
V33 (vão 5)	0.18	L/665	-0.0021		
tipo 11	V1 (vão 1)	0.25	L/1224	0.0030	L/500 10 mm 0.0017 rad
	V4 (vão 1)	0.42	L/1024	-0.0054	
	V5 (vão 1)	0.11	L/2715	-0.0024	
	V6 (vão 1)	0.41	L/754	0.0036	
	V9 (vão 1)	0.07	L/3898	-0.0037	
	V11 (vão 1)	0.25	L/1218	-0.0025	
	V12 (vão 1)	0.04	L/11767	0.0018	
	V12 (vão 2)	2.00	L/116	0.0092	

	V13 (vão 1)	0.14	L/1798	-0.0023	
	V13 (vão 2)	0.91	L/298	-0.0044	
	V13 (vão 3)	0.96	L/436	0.0008	
	V14 (vão 1)	0.78	L/543	-0.0043	
	V14 (vão 2)	1.55	L/167	0.0048	
	V14 (vão 3)	0.17	L/1525	0.0022	
	V15 (vão 1)	0.28	L/1508	0.0022	
	V15 (vão 2)	0.15	L/1850	0.0026	
	V19 (vão 1)	0.46	L/660	-0.0035	
	V20 (vão 1)	0.20	L/2172	0.0053	
	V21 (vão 1)	0.45	L/956	-0.0058	
	V22 (vão 1)	0.44	L/697	0.0037	
	V26 (vão 1)	0.06	L/4869	0.0025	
	V28 (vão 2)	0.14	L/2631	-0.0018	
	V29 (vão 3)	0.09	L/4831	0.0018	
	V30 (vão 1)	0.80	L/496	-0.0039	
	V31 (vão 1)	0.37	L/1084	-0.0022	
	V33 (vão 1)	0.13	L/944	0.0019	
	V33 (vão 5)	0.17	L/727	-0.0023	
tipo 10	V1 (vão 1)	0.23	L/1335	0.0029	L/500 10 mm 0.0017 rad
	V4 (vão 1)	0.40	L/1077	-0.0053	
	V5 (vão 1)	0.10	L/2922	-0.0023	
	V6 (vão 1)	0.40	L/773	0.0035	
	V9 (vão 1)	0.06	L/4364	-0.0032	
	V11 (vão 1)	0.25	L/1233	-0.0025	
	V12 (vão 1)	0.05	L/9777	0.0018	
	V12 (vão 2)	1.62	L/143	0.0082	
	V13 (vão 1)	0.14	L/1839	-0.0022	
	V13 (vão 2)	0.86	L/314	-0.0042	
	V13 (vão 3)	0.96	L/438	0.0008	
	V14 (vão 1)	0.83	L/511	-0.0043	
	V14 (vão 2)	1.36	L/191	0.0045	

	V14 (vão 3)	0.16	L/1579	0.0021	
	V15 (vão 1)	0.29	L/1439	0.0022	
	V15 (vão 2)	0.10	L/2793	0.0024	
	V19 (vão 1)	0.45	L/678	-0.0034	
	V20 (vão 1)	0.20	L/2250	0.0053	
	V21 (vão 1)	0.43	L/1000	-0.0057	
	V22 (vão 1)	0.43	L/714	0.0036	
	V26 (vão 1)	0.05	L/6433	0.0024	
	V29 (vão 3)	0.08	L/5014	0.0018	
	V30 (vão 1)	0.71	L/565	-0.0037	
	V31 (vão 1)	0.37	L/1077	-0.0021	
	V33 (vão 1)	0.12	L/978	0.0019	
	V33 (vão 5)	0.16	L/764	-0.0022	
tipo 9	V1 (vão 1)	0.21	L/1466	0.0028	L/500 10 mm 0.0017 rad
	V4 (vão 1)	0.38	L/1146	-0.0051	
	V5 (vão 1)	0.09	L/3237	-0.0023	
	V6 (vão 1)	0.38	L/809	0.0034	
	V9 (vão 1)	0.05	L/4745	-0.0029	
	V11 (vão 1)	0.24	L/1272	-0.0024	
	V12 (vão 1)	0.05	L/8820	0.0018	
	V12 (vão 2)	1.67	L/139	0.0082	
	V13 (vão 1)	0.14	L/1891	-0.0021	
	V13 (vão 2)	0.89	L/304	-0.0042	
	V13 (vão 3)	0.94	L/445	0.0008	
	V14 (vão 1)	0.80	L/528	-0.0041	
	V14 (vão 2)	1.08	L/241	0.0039	
	V14 (vão 3)	0.15	L/1699	0.0020	
	V15 (vão 1)	0.30	L/1404	0.0021	
	V15 (vão 2)	0.21	L/1302	0.0024	
	V19 (vão 1)	0.43	L/711	-0.0033	
	V20 (vão 1)	0.20	L/2197	0.0052	
V21 (vão 1)	0.41	L/1065	-0.0055		

	V22 (vão 1)	0.41	L/746	0.0035	
	V26 (vão 1)	0.03	L/9267	0.0023	
	V30 (vão 1)	0.56	L/715	-0.0035	
	V31 (vão 1)	0.36	L/1114	-0.0021	
	V33 (vão 1)	0.12	L/1019	0.0019	
	V33 (vão 5)	0.15	L/796	-0.0022	
tipo 8	V1 (vão 1)	0.20	L/1558	0.0027	L/500 10 mm 0.0017 rad
	V4 (vão 1)	0.35	L/1252	-0.0048	
	V5 (vão 1)	0.08	L/3818	-0.0022	
	V6 (vão 1)	0.36	L/854	0.0033	
	V9 (vão 1)	0.05	L/4807	-0.0027	
	V11 (vão 1)	0.23	L/1327	-0.0023	
	V12 (vão 2)	1.60	L/145	0.0078	
	V13 (vão 1)	0.13	L/1965	-0.0020	
	V13 (vão 2)	0.87	L/312	-0.0040	
	V13 (vão 3)	0.91	L/458	0.0008	
	V14 (vão 1)	0.75	L/565	-0.0039	
	V14 (vão 2)	0.88	L/295	0.0034	
	V14 (vão 3)	0.14	L/1823	0.0019	
	V15 (vão 1)	0.29	L/1468	0.0020	
	V15 (vão 2)	0.27	L/1005	0.0023	
	V19 (vão 1)	0.41	L/754	-0.0032	
	V20 (vão 1)	0.20	L/2234	0.0051	
	V21 (vão 1)	0.37	L/1161	-0.0052	
	V22 (vão 1)	0.39	L/787	0.0034	
	V26 (vão 1)	0.03	L/11763	0.0023	
V30 (vão 1)	0.39	L/1035	-0.0032		
V31 (vão 1)	0.26	L/1531	-0.0020		
V33 (vão 5)	0.11	L/1140	-0.0021		
tipo 7	V1 (vão 1)	0.18	L/1696	0.0026	L/500
	V4 (vão 1)	0.31	L/1392	-0.0045	10 mm
	V5 (vão 1)	0.06	L/4775	-0.0021	0.0017 rad

	V6 (vão 1)	0.33	L/921	0.0032	
	V9 (vão 1)	0.05	L/5365	-0.0023	
	V11 (vão 1)	0.22	L/1403	-0.0022	
	V12 (vão 2)	1.18	L/197	0.0067	
	V13 (vão 1)	0.13	L/2059	-0.0019	
	V13 (vão 2)	0.76	L/353	-0.0037	
	V13 (vão 3)	0.87	L/479	0.0008	
	V14 (vão 1)	0.70	L/607	-0.0037	
	V14 (vão 2)	0.79	L/331	0.0031	
	V15 (vão 1)	0.23	L/1857	0.0019	
	V15 (vão 2)	0.30	L/897	0.0023	
	V19 (vão 1)	0.37	L/818	-0.0030	
	V20 (vão 1)	0.19	L/2287	0.0049	
	V21 (vão 1)	0.34	L/1286	-0.0048	
	V22 (vão 1)	0.36	L/847	0.0032	
	V26 (vão 1)	0.03	L/11840	0.0022	
	V30 (vão 1)	0.34	L/1185	-0.0029	
	V31 (vão 1)	0.26	L/1531	-0.0019	
	V33 (vão 5)	0.06	L/2139	-0.0019	
tipo 6	V1 (vão 1)	0.17	L/1816	0.0025	L/500 10 mm 0.0017 rad
	V4 (vão 1)	0.28	L/1562	-0.0042	
	V5 (vão 1)	0.05	L/6484	-0.0020	
	V6 (vão 1)	0.30	L/1007	0.0030	
	V9 (vão 1)	0.04	L/6445	-0.0018	
	V11 (vão 1)	0.20	L/1534	-0.0021	
	V12 (vão 2)	0.81	L/286	0.0056	
	V13 (vão 2)	0.75	L/362	-0.0034	
	V14 (vão 1)	0.63	L/668	-0.0034	
	V14 (vão 2)	0.66	L/395	0.0028	
	V15 (vão 1)	0.09	L/4925	0.0018	
	V15 (vão 2)	0.24	L/1133	0.0022	
	V19 (vão 1)	0.34	L/903	-0.0028	

	V20 (vão 1)	0.19	L/2362	0.0046	
	V21 (vão 1)	0.30	L/1441	-0.0045	
	V22 (vão 1)	0.33	L/924	0.0030	
	V26 (vão 1)	0.02	L/20183	0.0021	
	V30 (vão 1)	0.29	L/1374	-0.0026	
tipo 5	V1 (vão 1)	0.13	L/2371	0.0023	L/500 10 mm 0.0017 rad
	V4 (vão 1)	0.24	L/1791	-0.0038	
	V5 (vão 1)	0.03	L/11144	-0.0019	
	V6 (vão 1)	0.27	L/1139	0.0027	
	V11 (vão 1)	0.17	L/1776	-0.0019	
	V12 (vão 2)	0.38	L/610	0.0043	
	V13 (vão 2)	0.69	L/391	-0.0031	
	V14 (vão 1)	0.61	L/691	-0.0032	
	V14 (vão 2)	0.57	L/454	0.0024	
	V19 (vão 1)	0.30	L/1029	-0.0026	
	V20 (vão 1)	0.18	L/2477	0.0044	
	V21 (vão 1)	0.26	L/1657	-0.0040	
	V22 (vão 1)	0.29	L/1041	0.0028	
	V26 (vão 1)	0.01	L/22349	0.0019	
V30 (vão 1)	0.26	L/1548	-0.0024		
tipo 4	V1 (vão 1)	0.09	L/3420	0.0020	L/500 10 mm 0.0017 rad
	V4 (vão 1)	0.21	L/2117	-0.0034	
	V6 (vão 1)	0.23	L/1334	0.0025	
	V12 (vão 2)	0.17	L/1345	0.0031	
	V13 (vão 2)	0.62	L/433	-0.0027	
	V14 (vão 1)	0.53	L/798	-0.0029	
	V14 (vão 2)	0.47	L/554	0.0021	
	V19 (vão 1)	0.25	L/1221	-0.0023	
	V20 (vão 1)	0.17	L/2626	0.0040	
	V21 (vão 1)	0.22	L/1947	-0.0036	
	V22 (vão 1)	0.25	L/1215	0.0025	
	V30 (vão 1)	0.22	L/1796	-0.0022	

tipo 3	V4 (vão 1)	0.17	L/2551	-0.0029	L/500 10 mm 0.0017 rad
	V6 (vão 1)	0.18	L/1662	0.0022	
	V12 (vão 2)	0.12	L/1991	0.0023	
	V13 (vão 2)	0.47	L/570	-0.0022	
	V14 (vão 1)	0.43	L/994	-0.0025	
	V19 (vão 1)	0.20	L/1512	-0.0020	
	V20 (vão 1)	0.16	L/2833	0.0036	
	V21 (vão 1)	0.19	L/2341	-0.0031	
	V22 (vão 1)	0.20	L/1511	0.0022	
	V30 (vão 1)	0.20	L/2010	-0.0020	
tipo 2	V4 (vão 1)	0.14	L/3156	-0.0025	L/500 10 mm 0.0017 rad
	V6 (vão 1)	0.14	L/2226	0.0018	
	V12 (vão 1)	0.52	L/881	0.0019	
	V12 (vão 2)	0.08	L/3045	0.0018	
	V13 (vão 2)	0.36	L/750	-0.0018	
	V14 (vão 1)	0.34	L/1254	-0.0021	
	V20 (vão 1)	0.14	L/3127	0.0031	
	V21 (vão 1)	0.15	L/2869	-0.0026	
	V22 (vão 1)	0.15	L/2018	0.0019	
tipo 1	V4 (vão 1)	0.11	L/3921	-0.0020	L/500 10 mm 0.0017 rad
	V12 (vão 1)	0.46	L/1007	0.0019	
	V14 (vão 1)	0.32	L/1331	-0.0019	
	V20 (vão 1)	0.13	L/3461	0.0026	
	V21 (vão 1)	0.12	L/3585	-0.0021	
Terreo	V20 (vão 1)	0.11	L/4034	0.0019	L/500 10 mm 0.0017 rad

